



CONTROLE DE FORMAÇÃO E RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA PARA ROBÔS MÓVEIS UTILIZANDO FUNÇÕES POTENCIAIS

Aurélio de Lima e Silva Junior

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Liu Hsu

Fernando Cesar Lizarralde

Rio de Janeiro

Janeiro de 2014

CONTROLE DE FORMAÇÃO E RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA PARA
ROBÔS MÓVEIS UTILIZANDO FUNÇÕES POTENCIAIS

Aurélio de Lima e Silva Junior

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Liu Hsu, Dr. d'Etat

Prof. Fernando Cesar Lizarralde, D.Sc.

Prof. Paulo César Pellanda, Dr. ENSAE

Prof. Josiel Alves Gouvêa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
JANEIRO DE 2014

Silva Junior, Aurélio de Lima e

Controle de Formação e Rastreamento de Trajetória para Robôs Móveis Utilizando Funções Potenciais/Aurélio de Lima e Silva Junior. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XII, 68 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Liu Hsu

Fernando Cesar Lizarralde

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 62 – 68.

1. Sistemas Multiagentes. 2. Controle de Formação.
 3. Rastreamento de Trajetória. I. Hsu, Liu *et al.*
- II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*A minha família com muito
carinho.*

Agradecimentos

Agradeço a meus pais, Aurélio e Denise, que sempre me incentivaram a estudar. A meus irmãos, Pedro e Lucas, que estiveram sempre junto comigo. Agradeço meus tios e tias, primos e primas, que mesmo estando longe sei que ficarão felizes por minhas conquistas. Agradeço a meus amigos do CAP, Antonio, Bruno, Daniel, Henrique, Kim e Ricardo, aos amigos da UFRJ, Andrei, Anderson, Alex, Barbosa, Daniel, Diogo, Gabriel, Hugo, Leonardo, Lucas, Marcelo, Maurício, Rafael, Thiago, Trevor e aos amigos da Transpetro, Alexsandro, Caio, Camila, Correia e Daniela e Diogo, que me apoiaram e proporcionaram momentos felizes.

Agradeço a meus orientadores, Josiel, Liu e Lizarralde que tiveram muita paciência e compreensão.

Agradeço a Carla que me deu forças e não me deixou desistir.

Agradeço também a CAPES pelo auxílio financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

CONTROLE DE FORMAÇÃO E RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA PARA ROBÔS MÓVEIS UTILIZANDO FUNÇÕES POTENCIAIS

Aurélio de Lima e Silva Junior

Janeiro/2014

Orientadores: Liu Hsu
Fernando Cesar Lizarralde

Programa: Engenharia Elétrica

Trata-se, nesta dissertação, de propor soluções para o problema do controle de formação e seguimento de trajetória para sistemas multi-agentes. Inicialmente são considerados sistemas formados por robôs holonômicos e posteriormente a solução proposta é estendida para o caso não-holonômico.

Para manter a formação desejada foi utilizada uma estratégia de controle descentralizada baseada em funções potenciais, o que permite evitar colisões entre os diversos agentes e com obstáculos do espaço de trabalho. São apresentadas estratégias que dependem da posição e velocidade dos robôs vizinhos bem como estratégias que somente dependem da posição dos mesmos.

Para o controle de trajetória são definidos líderes virtuais que tem o papel de atrair os demais agentes vizinhos para que a trajetória desejada seja rastreada.

Partindo do princípio de que a formação forma um grafo de comunicação sempre conectado, é feita a análise de estabilidade utilizando-se a teoria de Lyapunov. Pode-se assim garantir que uma configuração que minimiza a função potencial é alcançada com um pequeno erro residual que pode ser reduzido por uma escolha apropriada dos ganhos do controlador.

As estratégias são verificadas por simulação, o que permite uma avaliação da eficácia dos métodos de controle propostos.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

FORMATION CONTROL AND TRAJECTORY TRACKING FOR MOBILE ROBOTS USING POTENTIAL FUNCTIONS

Aurélio de Lima e Silva Junior

January/2014

Advisors: Liu Hsu

Fernando Cesar Lizarralde

Department: Electrical Engineering

In this dissertation solutions to the problem of formation and trajectory control for multi-agent systems are proposed. Initially the considered systems are formed by holonomic robots and then the proposed solution is extended to the non-holonomic case.

To keep the desired formation we used a decentralized control strategy based on potential functions that permits collision avoidance between the various agents and with obstacles in the workspace. Strategies that depend on the position and velocity of neighboring robots as well as strategies that only depend on the position of the same are presented.

For the trajectory control, we define virtual leaders who has the role of attracting other neighbors agents so that the desired trajectory is tracked.

Assuming the formation forms a communication graph that is always connected, the stability analysis is done using Lyapunov theory. Then it can be ensured that a configuration that minimizes the potential function is achieved with a small residual error.

The strategies are verified by simulation, which allows an assessment of the effectiveness of the proposed control methods.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xii
1 Introdução	1
1.1 Aplicações de Controle Cooperativo	2
1.2 Controle de Formação	4
1.2.1 Métodos baseados em Comportamento	6
1.2.2 Métodos baseados em Otimização	6
1.2.3 Abordagem Líder-Seguidor	7
1.2.4 Abordagem por Estrutura Virtual	9
1.2.5 Abordagem da Estabilidade em Cadeia	9
1.2.6 Enxames	10
1.2.7 Abordagem Baseada em Teoria dos Grafos	10
1.3 Estratégia Proposta	12
1.4 Visão Geral da Dissertação	13
2 Controle de Formação e Rastreamento de Trajetória	15
2.1 Definições e descrição do problema	15
2.1.1 Modelo matemático	15
2.1.2 Objetivos de controle	15
2.1.3 Topologia de Informação	16
2.1.4 Função Potencial	16
2.2 Lei de controle	19
2.3 Resultados de Simulação	20
2.3.1 1 líder	21
2.3.2 2 líderes	23
2.3.3 3 líderes	23
2.4 Conclusões	23

3	Controle de Formação e Trajetória de Robôs Holonômicos	28
3.1	Modelo Dinâmico de Robô Holonômico	28
3.2	Objetivos de Controle	29
3.3	Modelo Cinemático Desejado	29
3.4	Estratégia de Controle	30
3.4.1	Controle com informação da Velocidade dos Vizinhos	30
3.4.2	Controle sem informação da Velocidade dos Vizinhos	33
3.5	Resultados de Simulação	35
3.5.1	3 líderes virtuais - com informação de velocidade	36
3.5.2	3 líderes virtuais - sem informação de velocidade	38
3.5.3	1 líder virtual - com informação de velocidade	38
3.5.4	1 líder virtual - sem informação de velocidade	41
3.5.5	2 líderes virtuais sem informação de velocidade dos vizinhos e mudança de orientação da formação	41
3.6	Conclusões	43
4	Controle de Formação e Trajetória de Robôs Não Holonômicos	46
4.1	Modelo Dinâmico de Robô Não Holonômico	46
4.2	Objetivos de Controle	48
4.3	Modelo Cinemático Desejado	49
4.4	Estratégia de Controle	51
4.5	Resultados de Simulação	54
4.5.1	1 líder	54
4.5.2	2 líderes - controle de orientação da formação	55
4.6	Conclusões	59
5	Conclusões	60
5.1	Trabalhos Futuros	61
5.1.1	Análise da estratégia sem a necessidade da informação da ve- locidade dos vizinhos para o caso não-holonômico	61
5.1.2	Análise da robustez da estratégia a falhas de comunicação	61
5.1.3	Implementação da estratégia de controle proposta	61
5.1.4	Controle de formação e rastreamento de trajetória de robôs não-holonômicos com restrição de curvatura e dinâmica incerta	61
	Referências Bibliográficas	62

Lista de Figuras

1.1	Critério 1 - Separação	4
1.2	Critério 2 - Alinhamento	5
1.3	Critério 3 - Coesão	5
1.4	Abordagem Líder-Seguidor - Controle $l - l$	7
1.5	Abordagem Líder-Seguidor - Controle $l - \theta$	8
2.1	Orientação da Formação	18
2.2	Coordenadas dos líderes	18
2.3	Função Potencial $J_{ij}(z_{ij})$	21
2.4	1 Líder - Trajetória	22
2.5	1 Líder - Distâncias Interveiculares	22
2.6	1 Líder - Erro de Trajetória	23
2.7	2 Líderes - Trajetória	24
2.8	2 Líderes - Distâncias Interveiculares	24
2.9	2 Líderes - Erro de Trajetória	25
2.10	3 Líderes - Trajetória	25
2.11	3 Líderes - Distâncias Interveiculares	26
2.12	3 Líderes - Erro de Trajetória	26
3.1	3 Líderes com informação de velocidade - Trajetória	36
3.2	3 Líderes com informação de velocidade - Distâncias Interveiculares	37
3.3	3 Líderes com informação de velocidade - Erro de Rastreamento	37
3.4	3 Líderes sem informação de velocidade - Trajetória	38
3.5	3 Líderes sem informação de velocidade - Distâncias Interveiculares	39
3.6	3 Líderes sem informação de velocidade - Erro de Rastreamento	39
3.7	1 Líder com informação de velocidade - Trajetória	40
3.8	1 Líder com informação de velocidade - Distâncias Interveiculares	40
3.9	1 Líder com informação de velocidade - Erro de Trajetória	41
3.10	1 Líder sem informação de velocidade - Trajetória	42
3.11	1 Líder sem informação de velocidade - Distâncias Interveiculares	42
3.12	1 Líder sem informação de velocidade - Erro de Trajetória	43

3.13	2 Líderes - Trajetória	44
3.14	2 Líderes - Distâncias Interveiculares	44
3.15	2 Líderes - Erro de Trajetória	45
4.1	Estados e Parâmetros de um Robô Não Holonômico	47
4.2	Descontinuidade da Função atan2	50
4.3	Transformação do sistema de coordenadas	51
4.4	Diagrama de blocos da estratégia de controle	52
4.5	1 Líder - Trajetória	55
4.6	1 Líder - Distâncias Interveiculares	56
4.7	1 Líder - Erro de Rastreamento	56
4.8	Orientação Desejada da Formação	57
4.9	2 Líderes - Trajetória	57
4.10	2 Líderes - Distâncias Interveiculares	58
4.11	2 Líderes - Erro de Rastreamento	58

Lista de Tabelas

- 1.1 Comparação entre esta dissertação e principais trabalhos na área . . . 13

Capítulo 1

Introdução

Os avanços nas áreas de controle, de infraestrutura de rede e de informação permitem a coordenação de sistemas multiagentes possibilitando assim a realização de tarefas que um robô somente não pode executar. O objetivo do controle cooperativo é realizar tarefas mais complexas através do trabalho coordenado de vários agentes. No caso de robôs móveis em cooperação é necessário que cada agente controle sua posição de forma que o conjunto alcance uma formação específica exigida pela tarefa. Portanto, o controle de formação tem um papel fundamental em tarefas executadas em cooperação.

O problema de controle de sistemas multiagentes realizando tarefas cooperativas é estudado desde o final da década de 1980, começando inicialmente na área da robótica móvel. Os avanços na tecnologia de comunicação sem fio [72], que a tornaram mais barata e robusta, aumentaram substancialmente o interesse na área de pesquisa de sistemas multiagentes durante os anos 1990.

Quase toda a pesquisa em robótica móvel cooperativa começou depois da introdução do paradigma do controle baseado em comportamento [5, 12]. Como este paradigma é inspirado em sistemas biológicos, muitos pesquisadores da área estudam as características sociais de grupos de animais e aplicam seus resultados no projeto de sistemas multiagentes.

A aplicação mais comum desse conhecimento está no uso de regras locais de controle simples de várias sociedades biológicas, como formigas, abelhas, pássaros e peixes, para o desenvolvimento de comportamentos similares em sistemas cooperativos. Trabalhos nesta área demonstraram a possibilidade de sistemas multiagentes de se agrupar, dispersar e seguir trilhas [24, 45]. A aplicação de dinâmicas de ecossistemas também foi utilizada no desenvolvimento de sistemas multiagentes que mostram o surgimento de cooperação como resultado de agir por interesses próprios [46]. Ocorreram estudos significantes em sistemas presa-predador, entretanto, a maior parte deles somente em simulação [9, 36]. Competição em sistemas multiagentes, como encontrada em humanos, é aplicada em áreas como o futebol de robôs [44, 66].

Essas áreas de inspiração biológica e a sua aplicabilidade em sistemas multiagentes já são bem consagradas. Tópicos biológicos identificados mais recentemente, e menos entendidos, incluem o uso de imitação para aprender novas habilidades [6] e a interconexão física presente em insetos, como formigas, permitindo a navegação sobre terrenos desafiadores [47, 48].

No início dos anos 2000, o controle cooperativo de múltiplas aeronaves, especialmente veículos aéreos não-tripulados (UAVs), se tornou uma área de pesquisa bem ativa, impulsionando novos avanços [14]. Na última década esta área de pesquisa floresceu, com muitos novos sistemas sendo propostos com aplicações em áreas que incluem sistemas de batalha militares, redes de sensores móveis e sistemas de transporte terrestres e aéreos.

1.1 Aplicações de Controle Cooperativo

Nesta seção são listadas algumas das principais aplicações para controle cooperativo de sistemas multiagentes.

Um dos problemas mais simples em controle cooperativo é o de formação de vôo: um grupo de aeronaves voa em uma formação especificada pelas posições relativas desejadas entre as aeronaves vizinhas. Um dos primeiros trabalhos nessa área [54] projeta uma lei de controle que utiliza uma combinação de conhecimento local e global para manter a formação.

A NASA experimentou utilizar o vôo em formação para diminuir o arraste em um grupo de aeronaves [42]. A idéia chave é posicionar os aviões de modo que os vórtices de ponta de um avião ajudem a diminuir o arraste do avião que o segue.

O problema de classificação e vigilância cooperativa é definido em [14] como a tarefa de utilizar de modo ótimo e em conjunto a visão de vários veículos para maximizar a probabilidade de classificar um alvo corretamente. Genericamente, pode-se definir o problema de vigilância cooperativa como o de usar um grupo de veículos para manter uma descrição do estado de uma área geográfica. Essa descrição pode incluir o estado atual de características que são fixas, como quantidade de pessoas em uma determinada região, ou informações sobre indivíduos que estão se movendo na região de interesse, como a localização de carros em uma determinada região. O desempenho do problema de classificação cooperativa envolve a coleta da quantidade máxima de informação relevante. Pode-se assumir que os veículos se comunicam com certo alcance, possivelmente limitado por linha de visão, especialmente no caso de veículos terrestres, e a informação compartilhada entre veículos pode ser utilizada por estes para determinar seu movimento.

O problema de *rendezvous* (encontro) envolve trazer um grupo de veículos para um lugar em comum em um tempo específico. Dependendo da aplicação, o instante

do encontro pode ser fixado com antecedência ou determinado dinamicamente, baseado no momento em que todos os veículos alcançarão a mesma área. Aplicações militares de *rendezvous* incluem a minimização de exposição a radares por permitir que aeronaves voem por caminhos individuais que são otimizados localmente [14].

Outra área de aplicação em controle cooperativo é a de redes de sensores que podem se posicionar de forma a maximizar a quantidade de informação coletada. Um exemplo nessa área é AOSN (Autonomous Ocean Sampling Network) [61] que consiste de um grupo de robôs utilizados para amostragem adaptativa, em que o movimento é baseado nas observações tomadas pelos veículos. Essa abordagem permite que os sensores se posicionem em áreas em que eles podem contribuir mais, em função dos dados já coletados. Por causa da natureza distribuída das medidas tomadas, a estratégia de controle cooperativo é utilizada para controlar o movimento dos veículos.

Vários grupos ao redor do mundo começaram a explorar o uso de sistemas de controle distribuídos para problemas relacionados a sistemas de transporte inteligentes. Estes problemas incluem o aumento da interação entre veículos individuais para maior segurança nas operações (aviso e prevenção de colisões) assim como o aumento da interação com a infraestrutura da estrada. Esta aplicação é particularmente desafiadora já que são conectados veículos heterogêneos por sistemas de comunicação que vão possuir banda e latência variável (atrasos de tempo) dependendo do ambiente local. Garantir uma operação segura, confiável e confortável para esses sistemas é um grande desafio. Podem-se citar várias possíveis aplicações como o projeto PATH (California's Partners for Advanced Transit and Highways) [70] em que múltiplos automóveis dirigem juntos em pelotões. Este sistema permite que carros sejam guiados automaticamente com espaçamento pequeno por uma estrada. Diminuindo o espaçamento entre os carros, a densidade do tráfego pode aumentar sem a necessidade de construção de uma via adicional.

Sistemas de controle de tráfego aéreo são outra área onde métodos para controle cooperativo estão sendo utilizados [71]. A medida que a densidade do tráfego aéreo continua a aumentar, o congestionamento em grandes aeroportos e os sistemas de aviso automático de colisões estão se tornando mais comuns. A próxima geração de sistemas de tráfego aéreo provavelmente deve mudar de uma estrutura centralizada controlada por humanos para um sistema mais distribuído com tecnologias de "vôo livre" possibilitando que as aeronaves viajem em trajetos diretos ao invés de ficar em corredores de tráfego aéreo pré-definidos. Esforços estão sendo feitos para melhorar o sistema atual, desenvolvendo "sensores de *cockpit*", como sistemas de navegação GPS aumentados e *datalinks* para comunicação entre aeronaves.

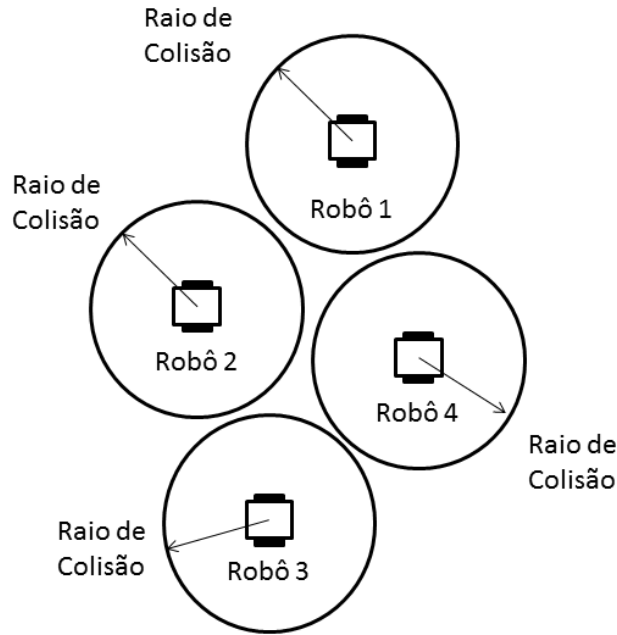


Figura 1.1: Critério 1 - Separação

1.2 Controle de Formação

Muitas das aplicações acima tem como parte de sua solução a necessidade de manter a posição relativa entre um conjunto de veículos ou a posição relativa de um conjunto de veículos a uma referência. Este problema é chamado de controle de formação e tem recebido atenção considerável, tanto como um problema centralizado, onde existe um controlador central que monitora todos os agentes, como um problema descentralizado, em que não há supervisor, e cada agente possui seu próprio controlador. A não dependência de um computador central e o menor custo computacional tornam o controle descentralizado uma alternativa mais interessante.

Em[64] são definidos alguns critérios que devem ser atingidos pelo controle de formação de um sistema multiagentes:

1. Separação (Figura 1.1) : Deve se respeitar uma distância mínima entre os agentes para que não ocorram colisões entre eles
2. Alinhamento (Figura 1.2) : A orientação de todos os agentes deve ser a mesma
3. Coesão (Figura 1.3) : Mesmo se o sistema multi-agentes estiver em movimento a formação deve ser mantida

Trabalhos recentes mostram a aplicação de controle de formação nas áreas de engenharia naval [17, 22] e engenharia aeroespacial [1, 2].

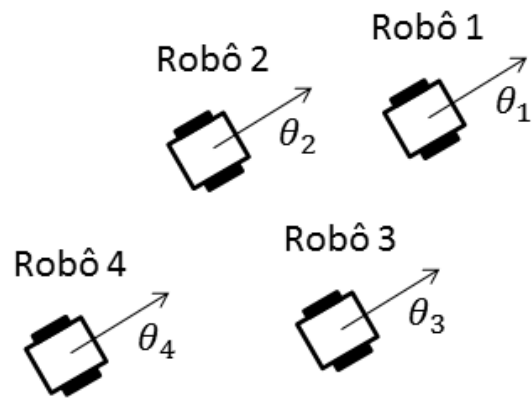


Figura 1.2: Critério 2 - Alinhamento

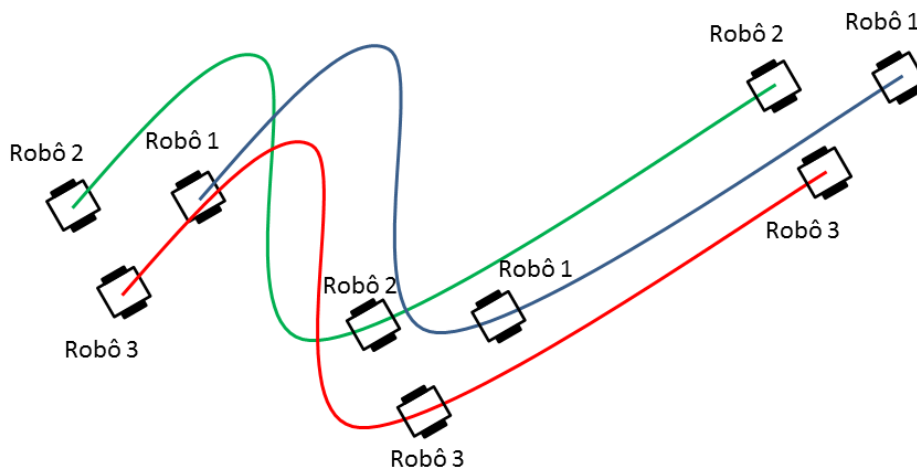


Figura 1.3: Critério 3 - Coesão

Nesta seção serão apresentadas algumas das técnicas que foram desenvolvidas para projetar estratégias de controle para tarefas de controle de formação cooperativo.

1.2.1 Métodos baseados em Comportamento

A abordagem baseada em comportamento utiliza separadamente os componentes dos diversos comportamentos desejados como: evitar colisões entre agentes, pareamento das velocidades, manter a formação, alcançar um objetivo, evitar obstáculos, etc... Cada componente é computado separadamente, e depois são combinados em uma média ponderada para gerar o movimento. Os valores de ganho definem a importância relativa dos objetivos.

A sua principal vantagem é ser bastante intuitiva o que torna o desenvolvimento e a implementação das leis de controle mais simples, mas em contrapartida a análise matemática da convergência e estabilidade da formação é muito difícil e seu desempenho não é garantido, com a possibilidade da formação ser quebrada durante algumas manobras.

Em [49] são apresentados resultados teóricos de uma estratégia baseada na abordagem comportamental para controle de formação, navegação e desvio de obstáculos para robôs não holonômicos.

Em [7] são apresentados resultados experimentais de uma estratégia baseada na abordagem comportamental para controle de formação, navegação e desvio de obstáculos para um grupo de veículos batidores do exército americano.

Em [3, 4] são apresentados resultados teóricos e experimentais de uma estratégia centralizada baseada na abordagem comportamental baseada no espaço nulo para controle de formação, navegação e desvio de obstáculos para robôs não holonômicos.

1.2.2 Métodos baseados em Otimização

Uma forma de abordar o problema de controle de formação é formulá-lo como um problema de otimização. Se e_{ij} representa o erro de formação entre o i – ésimo agente e o j – ésimo agente, então podemos estabelecer a função de custo

$$L(x) = \sum_i (e_{ij}^2 + |u_i|), \quad (1.1)$$

onde o somatório dos erros de formação individuais nos dá o erro de formação acumulado e o segundo termo do somatório é uma penalização nas entradas.

Este problema pode ser resolvido de forma centralizada ou distribuída. Uma abordagem distribuída é o trabalho [25], que considera problemas de controle cooperativo utilizando controle ótimo com horizonte recisivo. Para uma função de custo

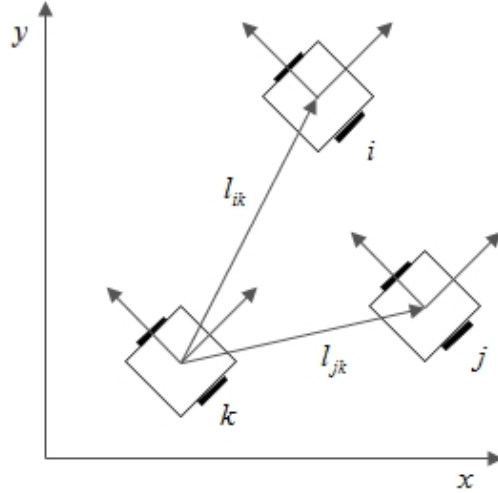


Figura 1.4: Abordagem Líder-Seguidor - Controle $l - l$

cujos acoplamentos refletem as restrições de comunicação entre os veículos, são gerados problemas de controle ótimo distribuídos para cada subsistema e estabelece que a implementação no horizonte retrocedente distribuído é assintoticamente estável. Os requerimentos de comunicação entre subsistemas com acoplamento na função de custo são que cada subsistema obtenha a trajetória de controle ótima anterior desses subsistemas a cada atualização do horizonte retrocedente. Os requerimentos chave para estabilidade são que cada controle ótimo distribuído não desvie muito do controle ótimo anterior, e que as atualizações do horizonte retrocedente ocorram suficientemente rápido.

1.2.3 Abordagem Líder-Seguidor

Na abordagem Líder-Seguidor, alguns robôs são considerados como líderes, enquanto outros atuam como seguidores. O princípio é que os seguidores rastreiam a posição e a orientação do líder com offsets pré-determinados.

Em [20] são propostos dois métodos de controle realimentado: $l - \theta$ e $l - l$. No controle $l - \theta$ o objetivo é manter a distância relativa l_{ij}^d desejada e o ângulo relativo θ_{ij}^d desejado como mostrado na figura 1.5. O controle $l - l$ considera as posições relativas de três robôs para fazer com que um robô rastreie os outros dois. O objetivo é manter as distâncias desejadas entre os dois líderes l_{ik}^d e l_{jk}^d como é mostrado na figura 1.4. Para tanto o controlador do seguidor precisa conhecer as distâncias e ângulos relativos entre líder e seguidor, e as velocidades linear e angular do líder.

Para obter estas informações em uma situação de comunicação limitada podem ser utilizadas informações de imagens e filtros de Kalman [18, 73].

Para evitar a medição da velocidade absoluta do líder, [19] usa uma estratégia

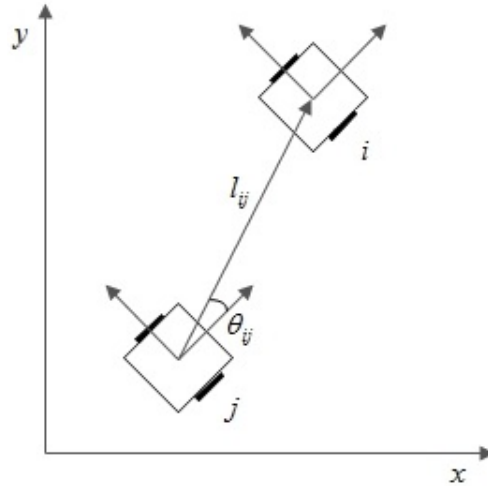


Figura 1.5: Abordagem Líder-Seguidor - Controle $l - \theta$

de controle de formação utilizando modo deslizante de segunda ordem que se baseia somente no estado de movimento relativo.

[21] trata sobre navegação em um terreno com obstáculos enquanto é mantida uma formação desejada utilizando teoria de grafos e controle não linear em uma estratégia líder-seguidor para robôs não holonômicos cinemáticos.

Em [63] são exploradas as limitações das estratégias de controle de formação baseadas na abordagem de líder-seguidor e consenso em relação a alcance da comunicação e limitações de banda em sistemas de larga escala. É proposta e testada experimentalmente uma estratégia de controle de formação distribuído que somente necessita de troca de informações entre vizinhos baseada em consenso.

[16] estuda a flexibilidade de formações líder-seguidor de robôs uniciclos introduzindo a idéia de dinâmica interna de formação, caracteriza sua estabilidade e dá condições geométricas suficientes para sua existência.

Recentemente uma arquitetura de controle de formação com duas camadas que combina planejamento de formação, navegação e desvio de obstáculos foi desenvolvida em uma estrutura de formação líder-seguidor [15].

A principal vantagem dessa estratégia é que o movimento da formação é determinado somente pela trajetória do líder o que simplifica o controlador, porque o problema de controle de formação é reduzido ao problema de rastreamento onde o líder persegue os objetivos do grupo, enquanto os robôs seguidores rastreiam coordenadas transformadas do líder com offsets pré-determinados. Entretanto as desvantagens são que a estrutura em cadeia leva a propriedades fracas de rejeição de perturbações, o movimento do líder é independente dos seguidores, isto é, não existe realimentação explícita dos seguidores para o líder e finalmente a formação não tolera falhas no líder.

1.2.4 Abordagem por Estrutura Virtual

Na abordagem por estruturas virtuais toda a formação é considerada como um corpo rígido. A ação de controle para cada robô é construída pela definição das dinâmicas da estrutura virtual e traduzindo o movimento da estrutura virtual nos movimentos desejados de cada robô. O algoritmo encaixa iterativamente a estrutura virtual às posições dos robôs pela minimização dos erros entre eles, move a estrutura virtual de acordo com um gerador de trajetória local ou global e atualiza as posições dos robôs para seguir as trajetórias da estrutura virtual desejadas.

Um dos primeiros trabalhos nesta área foi proposto em [68]. A estrutura de controle proposta podia integrar o método líder-seguidor e o método baseado em comportamento, mas não podia garantir que a formação convergisse para a configuração final.

Em [62], as estratégias de controle acima foram utilizadas para implementar controle de UAVs.

Em [31], uma combinação de estrutura virtual e rastreamento de trajetória é utilizada para desenvolver uma estratégia de controle para a coordenação de múltiplos robôs móveis.

Em [8] é introduzida uma arquitetura que combina as características das abordagens líder-seguidor, comportamental e estrutura virtual para a coordenação de veículos espaciais.

As principais vantagens da abordagem por estruturas virtuais são que é fácil prever o comportamento coordenado do grupo, e que a formação pode ser mantida durante manobras. As desvantagens são que ela requer que a formação seja uma estrutura rígida, e portanto deixa a desejar em flexibilidade e adaptabilidade, especialmente quando o formato geométrico da formação precisa ser reconfigurado frequentemente.

1.2.5 Abordagem da Estabilidade em Cadeia

Um problema que surge em controle de formação é o de "estabilidade em cadeia", em que perturbações aumentam na medida que se propagam por um grupo de veículos [67]. Uma das primeiras fontes de pesquisa sobre esse problema foi o controle de pelotões de veículos, em que era necessário garantir que pequenas perturbações não fossem amplificadas a medida que progredissem pela cadeia de veículos.

Para compensar instabilidades em cadeia, pode-se usar informação distribuída globalmente que permite os agentes pré-compensarem as perturbações. Na prática, muda-se a topologia de fluxo de informação em que um veículo somente se comunica com o veículo na sua frente, para uma em que os veículos também possuem informação sobre a posição do veículo líder.

Também é possível definir o desempenho de formas mais estruturadas, por exemplo, verificando se as distâncias entre grupos específicos de veículos tem certos níveis de atenuação de perturbação [40, 41].

1.2.6 Enxames

Apesar de não ser rigorosamente um problema de controle de formação, existe bastante interesse no problema de enxames de robôs. A grosso modo, um enxame é um enorme grupo de veículos que se desloca de forma coletiva, como voando juntos em uma determinada direção. Um dos primeiros trabalhos nessa área é o de [64], que desenvolveu um conjunto de regras que foi utilizado para gerar um movimento realístico de veículos para ser utilizado em animações.

Para se entender o comportamento de enxames, uma abordagem inovadora é apresentada em [39], que descreve como conseguir coordenação de grupos de agentes autônomos móveis usando regras do vizinho mais próximo. No trabalho é demonstrado que utilizando a lei de controle proposta, todos os veículos irão convergir para uma direção comum. É assumido no trabalho uma "conectividade eventual" em que os veículos estão conectados em intervalos. Em outras palavras, apesar de em algum instante de tempo o grafo descrevendo a conectividade não seja completo, enquanto ao longo de um intervalo adequado todos os veículos forem capazes de compartilhar informações, haverá convergência para um valor comum.

Leis de controle para enxames geralmente incluem funções atrativas e repulsivas entre veículos próximos. Outro trabalho representativo nessa área é [51] que define uma lei de controle baseada em três termos: um termo baseado no gradiente de uma função potencial, um termo amortecedor baseado nas velocidades relativas dos veículos vizinhos e um termo de realimentação navegacional que leva em conta um objetivo do grupo, como se mover em direção a um ponto de encontro.

1.2.7 Abordagem Baseada em Teoria dos Grafos

Na abordagem baseada em teoria dos grafos, os nós do grafo indicam as características dinâmicas ou cinemáticas dos robôs e as ligações representam restrições entre os robôs. A pesquisa nessa área foca na utilização de teoria dos grafos, teoria de controle, e teoria de sistemas dinâmicos em conjunto para estudar o controlador de formação e sua estabilidade. A teoria de grafos também é utilizada na abordagem por função potencial e consenso.

Em [27] a estabilidade da formação é associada com a topologia da rede de comunicação utilizando teoria dos grafos. É provado que a estabilidade da formação é alcançada se o fluxo de informação é estável para o grafo dado enquanto o controlador local estabilizar o veículo.

Em [26] é descrita uma estratégia de controle baseada em consenso para obter a formação de grupos de robôs móveis. Grafos ponderados são utilizados para obter o formato da formação desejada enquanto colisões são evitadas em ambientes desconhecidos e não estruturados.

Recentemente [13] propôs uma estratégia pare-e-siga que estabiliza um grafo de formação genericamente minimamente rígido com somente medidas de posição.

A vantagem desse método é que ele pode representar qualquer formação por meio de grafos, que tem uma base teórica bem estabelecida.

Métodos Utilizando Função Potencial

Outra abordagem para resolver o problema de controle de formação é considerar a natureza mecânica dos sistemas e dar forma às dinâmicas da formação utilizando campos potenciais. O conceito principal é que obstáculos no ambiente produzem forças repulsivas no robô, enquanto alvos produzem forças atrativas. A metodologia padrão consiste em aplicar o gradiente negativo de uma combinação de funções potenciais atrativas e repulsivas como ações de controle para satisfazer a convergência e evitar colisões respectivamente. Por consequência o robô se move pelo caminho que minimiza a energia potencial. A função potencial é projetada baseada na distância desejada entre robôs e os controla para atingir a formação desejada evitando colisões. Normalmente, a função potencial tende a infinito quando dois robôs se aproximam, para evitar colisões. No caso de funções potenciais saturadas, o valor da função se mantém constante a partir de uma certa distância, em que os robôs perdem a interação entre si.

Os trabalhos [43, 50] são representativos nesta área, utilizando o conceito de líderes virtuais que guiam o movimento dos outros veículos. A função potencial gera uma força repulsiva se os veículos estão muito próximos e uma força atrativa se os veículos estão dentro do alcance mas não muito perto.

Outro trabalho que utiliza funções potenciais é [52], que usa funções potenciais obtidas de restrições estruturais da formação desejada de uma forma que leva a uma lei de controle realimentado livre de colisões, distribuída e de estados limitados para cada veículo.

Em [65] é proposta uma estratégia de controle baseada na interação de alguns campos potenciais artificiais para realizar formações de robôs móveis com um formato arbitrário.

[10] considera formação de padrões e reconfigurabilidade em um sistema multiagentes usando campos potenciais bifurcados para alcançar várias configurações por uma simples mudança de parâmetros.

Em [30] são considerados os problemas de agregação, forrageamento e controle de formação de enxames de robôs não-holonômicos dinâmicos tipo unicycle utilizando

funções potenciais e controle por modo deslizante.

Em [57–59] é proposta uma estratégia de controle de formação para agentes móveis holonômicos com parâmetros incertos baseada em funções potenciais artificiais e controle adaptativo robusto.

Em [33, 34] é proposta uma estratégia de controle de formação adaptativo para robôs móveis não-holonômicos com parâmetros incertos. A lei de controle proposta é baseada em uma função potencial saturada que permite um controle descentralizado incluindo prevenção de colisões. Em [35] a estratégia é estendida para o caso de robôs móveis não holonômicos com restrições de curvatura.

Em [56] é proposta uma estratégia de controle de formação e rastreamento de trajetória para um sistema multiagente formado por robôs não holonômicos com parâmetros incertos utilizando funções potenciais e controle adaptativo binário.

Esse método requer menos cálculos, e pode ser aplicado facilmente em controle em tempo real, mas mínimos locais e a dificuldade de projetar funções de campo potencial são as suas principais desvantagens.

Problema de Consenso

Os problemas de consenso são aqueles em que um grupo de agentes que se comunicam tem que concordar sobre o valor de uma variável. Vários algoritmos de movimento coletivo usam consenso nas velocidades ou orientações dos veículos para gerar o movimento coeso do grupo. O problema de consenso foi formulado como um problema de controle coordenado por [27] e [53].

Em [69] um sistema multiagente se move em bando utilizando um controlador distribuído baseado em forças atrativas-repulsivas e ajuste das velocidades entre agentes próximos uns dos outros. O consenso é atingido por meio de uma função média. A estabilidade é analisada para o caso em que a topologia é fixa, e posteriormente em [69] a análise é estendida para o caso de uma topologia dinâmica.

Em [51] é apresentado um conjunto de algoritmos de controle distribuído para o movimento coordenado de robôs formando treliças triangulares baseado no consenso da velocidade entre os robôs. Os controladores permitem que os robôs também evitem obstáculos, se dividam e voltem a se agrupar. O estudo é feito principalmente em duas dimensões, mas é estendido para o caso tridimensional.

1.3 Estratégia Proposta

Nesta dissertação, é considerado o problema de coordenar múltiplos robôs (holonômicos e não holonômicos) para seguir uma trajetória específica enquanto mantém uma formação geométrica rígida com uma orientação desejada. É proposta uma

Tabela 1.1: Comparação entre esta dissertação e principais trabalhos na área

	Dissertação	[32]	[55]	[43]	[19]	[18]	[7]	[60]	[26]	[23]
Cinemático	*	*	*	*	*	*		*	*	
Dinâmico	*	*	*				*			*
Holonômico	*		*	*			*			
Não Holonômico	*	*	*		*	*	*	*	*	*
Parâmetros Incertos	*	*	*							*
Rastreamento	*		*		*	*	*	*	*	*
Colisão	*	*	*	*					*	
Orientação da Formação	*									

lei de controle baseada em funções potenciais para atingir a formação geométrica. Líderes virtuais são adicionados ao grafo de comunicação e, portanto, na função potencial, para que fosse possível especificar não somente as distâncias relativas, mas também, as posições no plano que minimizam a função potencial. Com uma quantidade arbitrária de líderes virtuais é possível forçar o sistema multiagente a seguir uma trajetória pré definida e se forem utilizados pelo menos 2 líderes virtuais, é possível controlar a orientação da formação. Estudando o caso com uma quantidade de líderes virtuais menor do que a quantidade de robôs, observamos que a formação desejada é alcançada e a trajetória definida é rastreada, permanecendo um erro residual. Este caso é útil para analisar o que aconteceria, por exemplo, se um ou mais robôs perdesse o sinal de seu *GPS*. As contribuições desta dissertação são a análise do caso com uma quantidade arbitrária de líderes virtuais e a análise do controle da orientação da formação com pelo menos 2 líderes virtuais.

A tabela 1.1 mostra uma comparação entre os tópicos abordados nesta dissertação e os tópicos abordados nos principais trabalhos de controle de formação.

1.4 Visão Geral da Dissertação

No Capítulo 2 são descritos os conceitos utilizados da teoria de grafos e potenciais artificiais. Apresenta-se um estudo inicial sobre o controle de formação e rastreamento de trajetória para um sistema multiagente formado por robôs holonômicos cinemáticos.

No Capítulo 3 é apresentado o modelo matemático do sistema formado por n robôs holonômicos dinâmicos com parâmetros incertos. Em seguida é formulada uma estratégia de controle para o problema de agregação e rastreamento de trajetória baseada em funções potenciais e líderes virtuais, e a estabilidade do sistema é analisada. São estudados os casos em que a velocidade e a posição dos vizinhos estão disponíveis para o controle dos robôs e o caso em que somente a posição dos vizinhos está disponível. Por fim, são apresentados resultados de simulação para

validar a estratégia de controle proposta.

O Capítulo 4 estende o assunto abordado no Capítulo 3 para o caso não-holonômico.

No Capítulo 5 são apresentadas propostas de trabalhos futuros e as conclusões da dissertação.

Capítulo 2

Controle de Formação e Rastreamento de Trajetória

Neste capítulo é apresentado o problema de controle de formação e rastreamento de trajetória de um grupo de robôs móveis com dinâmica desprezível. Isto porque, esse caso é o mais simples de ser resolvido já que não existem limitações na direção de movimento dos robôs e que mudanças instantâneas de velocidade são permitidas.

Após a apresentação do problema é proposta uma lei de controle utilizando função potencial que permite evitar colisões entre os robôs ao mesmo tempo que a trajetória pré-definida é rastreada e a formação desejada é mantida.

Para que os robôs sigam as trajetórias desejadas, líderes virtuais são considerados na função potencial. Neste trabalho é considerado um número arbitrário de líderes virtuais, sendo que cada robô pode seguir somente um líder virtual. Para possibilitar o controle da orientação da formação, são necessários pelo menos dois líderes virtuais.

2.1 Definições e descrição do problema

2.1.1 Modelo matemático

Considere um sistema multiagente formado por n robôs móveis holonômicos cinemáticos e m líderes virtuais. O movimento dos robôs no plano é descrito por:

$$\dot{z}_i = u_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.1)$$

onde $u_i \in \mathbb{R}^N$ é a ação de controle e $z_i \in \mathbb{R}^N$ é o vetor da posição espacial do i -ésimo robô.

2.1.2 Objetivos de controle

No problema de controle de formação e rastreamento de trajetória, deseja-se que:

1. O conjunto de robôs convirja para uma formação desejada definida pelo mínimo de uma função potencial, descrita em função das posições relativas entre os robôs
2. Sejam evitadas colisões entre os robôs
3. Os robôs que possuem líderes virtuais devem seguir as trajetórias definidas pelos seus respectivos líderes

2.1.3 Topologia de Informação

Para que os robôs que formam o sistema multi agente alcancem uma formação desejada e evitem colisões entre eles, é necessário que eles possuam algumas informações sobre o resto do sistema como, por exemplo, a velocidade e a posição dos seus robôs vizinhos.

A topologia de troca das informações necessárias para controle entre os robôs pode ser descrita por um grafo [11]. Nesta abordagem os n robôs que formam o sistema são representados como os nós de um grafo $\mathcal{G} := \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$, onde $\mathcal{V} := \{v_1 \cdots v_n\}$ é o grupo de nós e $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ é o grupo de arestas que representa as relações de vizinhança entre os robôs. O conjunto de vizinhos do i -ésimo robô é dado por $\mathcal{N}_i := \{j | e_{ij} = (v_i, v_j) \in \mathcal{E}\}$.

O i -ésimo robô do sistema multi agente representado por \mathcal{G} somente terá disponível para sua ação de controle os seus próprios estados e os estados dos robôs vizinhos que pertencem a \mathcal{N}_i .

Nesta dissertação serão considerados que os grafos de comunicação são conectados e não direcionados, ou seja:

1. Existe um caminho entre quaisquer dois nós do grafo \mathcal{G}
2. As arestas não possuem orientação ($(i, j) = (j, i) \in \mathcal{E}$)

2.1.4 Função Potencial

Neste trabalho são utilizadas funções potenciais com o objetivo de gerar forças de interação entre robôs vizinhos, para garantir um distanciamento desejado entre eles. Enquanto o grafo de comunicação define os vizinhos do sistema multi agente, a função potencial define a distância desejada entre estes vizinhos. Se o grafo de comunicação não for completo, não há garantia que colisões são evitadas. Juntos eles definem a formação geométrica desejada para o sistema multi agente. Também são considerados na função potencial os líderes virtuais, que fazem com que a formação siga uma trajetória definida. Os líderes virtuais são as coordenadas no espaço que definem as trajetórias desejadas para os robôs.

Para alcançar os objetivos de controle, é definida a função potencial

$$J = \sum_{i=1}^n J_i + \sum_i^m J_{ri}(z_i(t) - z_{ri}(t)), \quad (2.2)$$

onde

$$J_i = \sum_{i,j \in \mathcal{N}_i}^n J_{ij}(\|z_{ij}(t)\|), \quad (2.3)$$

$z_{ij} = z_i - z_j$ é a posição relativa entre os robôs i e j , m é a quantidade de líderes virtuais, z_{ri} são as coordenadas do i -ésimo líder virtual, $J_{ij} > 0$ é o termo responsável por manter a distância desejada entre os robôs e $J_{ri} > 0$ é o termo responsável pelo rastreamento da trajetória.

Definição 1 *A função potencial J_{ij} é uma função radialmente ilimitada, não negativa tal que:*

1. $J_{ij} \rightarrow \infty$ quando $z_{ij} \rightarrow 0$
2. $J_{ij} \rightarrow \infty$ quando $|z_{ij}| \rightarrow \infty$
3. J_{ij} alcança seu único mínimo quando os robôs i e j estão localizados na posição relativa desejada d_{ij}

A função potencial J_{ri} é uma função radialmente ilimitada, não negativa tal que alcança seu único mínimo quando o robô i está localizado na mesma posição de seu líder virtual z_{ri} . Neste caso, J_{ri} pode ser uma função quadrática e a lei de controle de rastreamento baseada em gradiente descendente se iguala ao algoritmo de consenso.

Note que J_{ij} define as distâncias desejadas entre os agentes, aproximando a formação a um corpo rígido, enquanto J_{ri} define a trajetória a ser percorrida e a orientação da formação, como se pode ver na figura 2.1. Para reorientar a formação são necessários pelo menos dois líderes virtuais.

Inicialmente definimos $z_{ri}(t) = [x_{ri}(t) \ y_{ri}(t)]^T$, as coordenadas planares do i -ésimo líder virtual (Figura 2.2), como

$$z_{ri}(t) = z_{r1}(t) + d_i(t), \quad (2.4)$$

onde $z_{r1}(t) = [x_{r1}(t) \ y_{r1}(t)]^T$ é a trajetória do líder da formação, e $d_i(t)$ é o vetor que define a posição relativa desejada entre o i -ésimo robô e o robô líder da formação, e deve ser escolhido de forma a obedecer o padrão geométrico definido pela função potencial.

A trajetória dos líderes virtuais pode ser calculada previamente, ou pode ser obtida através da posição e velocidade de um objeto dinâmico qualquer que desejemos seguir.

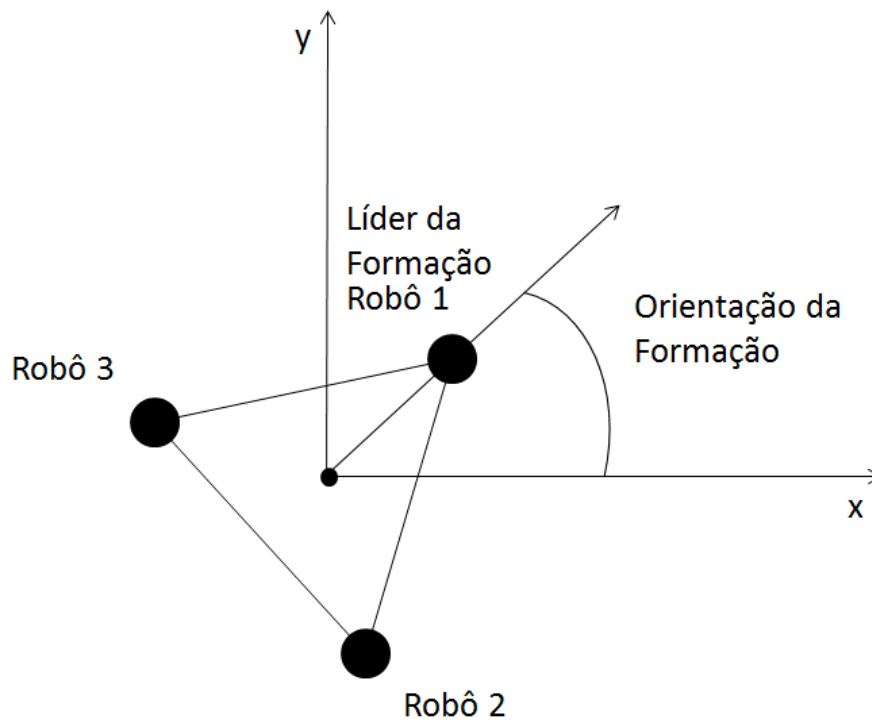


Figura 2.1: Orientação da Formação

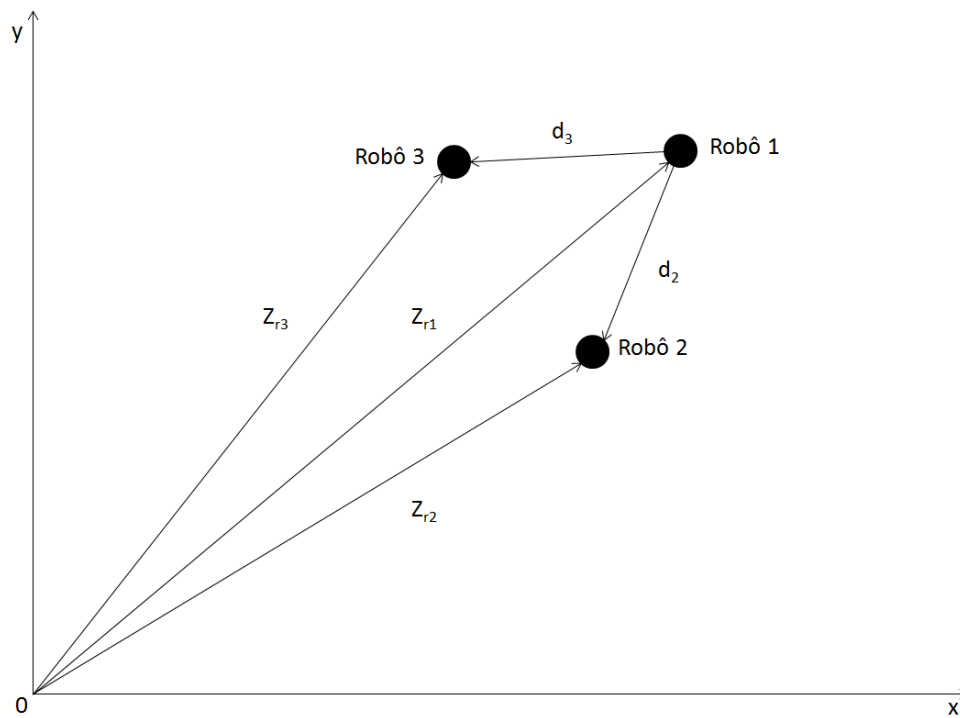


Figura 2.2: Coordenadas dos líderes

Para que seja possível atender os objetivos de controle temos que escolher uma trajetória desejada tal que $|z_{ri} - z_{rj}| = |d_{ij}| \forall i, j < m$, onde d_{ij} é a distância desejada entre os robôs i e j e deve ser definida na função potencial.

A configuração em que todos os robôs estão localizados nas posições relativas desejadas entre os vizinhos e que todos os robôs que seguem líderes virtuais estão localizados na mesma posição de seus respectivos líderes virtuais faz com que a função potencial J atinja um ponto de mínimo. A lei de controle deve então ser projetada para atingir o mínimo da função potencial J , que será alcançado se cada robô se movimentar na direção do vetor gradiente descendente $-\nabla_{z_i} J_i$.

2.2 Lei de controle

Para atingir os objetivos de controle definidos na seção 2.1.2 é proposta a seguinte lei de controle:

$$u_i = \dot{z}_{di} \quad (2.5)$$

$$\dot{z}_{di} = -k_{fi} \nabla_{z_i} J + \dot{z}_{ri} \quad i = 1, \dots, m \quad (2.6)$$

$$\dot{z}_{di} = -k_{fi} \nabla_{z_i} J \quad i = m + 1, \dots, n \quad (2.7)$$

onde $k_i > 0$ é o ganho, \dot{z}_{di} é a velocidade desejada e \dot{z}_{ri} é a velocidade planar do i -ésimo líder virtual.

Teorema 2.1 *Considere um sistema formado por n robôs holonômicos cinemáticos modelados por 2.1 e m líderes virtuais, utilizando a lei de controle dada por 2.5. Supondo que o grafo de comunicação é sempre conectado, a função potencial escolhida atende aos requisitos descritos na seção 2.1.4, a velocidade da trajetória desejada é limitada por uma constante l_r e escolhendo os ganhos k_i de ordem $O(\gamma_r l_r)$, sendo γ_r uma constante suficientemente alta e l_r um limite para as velocidades das trajetórias desejadas temos que:*

1. $|z_i(t) - z_{ri}(t)| \rightarrow O(1/\gamma_r)$ a medida que $t \rightarrow \infty$
2. todos os sinais de malha fechada são uniformemente limitados e o sistema tende assintoticamente para alguma formação correspondente a $\nabla_z J = O(1/\gamma_r)$
3. Se o grafo de comunicação for conectado e a função potencial escolhida tender a infinito quando a distância interveicular entre dois robôs quaisquer tender a zero, não há colisões entre os robôs.

Prova: Inicialmente escolhamos a seguinte função de Lyapunov:

$$V = J(z), \quad (2.8)$$

onde $z = [z_1^T \ \dots \ z_n^T]^T$. Derivando 2.8 pode-se mostrar que

$$\dot{V} \leq \nabla_z J^T \dot{z}. \quad (2.9)$$

Definindo $u = [u_1^T \ \dots \ u_n^T]^T$ e substituindo em 2.9 temos:

$$\dot{V} \leq -e_f^T K e_f + e_f^T \dot{z}_r, \quad (2.10)$$

onde $e_f = \nabla_z J$, $K = \text{diag}\{k_i\}$ e $\dot{z}_r = [\dot{z}_{r1}^T \ \dots \ \dot{z}_{rm}^T \ 0 \ \dots \ 0]^T$ e $\nabla_z J = [\nabla_{z_1} J^T \ \dots \ \nabla_{z_n} J^T]^T$.

Como $|\dot{z}_r|$ é limitado por uma constante l_r , pode-se mostrar que $\dot{V} \leq 0$ fora de um domínio D_r dado por:

$$D_r = \{e_f : |e_f| \leq \frac{1}{\sigma_m(K)} l_r\}. \quad (2.11)$$

Então podemos concluir que se K for escolhido grande o bastante de modo que $\sigma_m(K)$ seja de ordem $O(\gamma_r l_r)$, segue que a norma do erro $|e_f|$ será de ordem $O(1/\gamma_r)$ e portanto pode ser feito arbitrariamente pequeno. Então com K suficientemente grande, o conjunto D_r é invariante. O conjunto residual é dado por $V \leq c_r$, onde $c_r = \sup_{D_r} V$. A limitação uniforme dos sinais do sistema pode ser concluída pela invariância do domínio $V \leq c_r$ e a validade dos resultados de convergência e estabilidade decorre do fato de c_r ser arbitrário e de que sempre existirá K que satisfaça $\dot{V} \leq 0$. Supondo que se pode aproximar quadraticamente a função J em torno de qualquer configuração de equilíbrio dada por $\nabla_z J = 0$, pode-se concluir que no conjunto residual a ordem de $|e|$ é da mesma ordem que em D_r . ■

2.3 Resultados de Simulação

Nesta seção serão apresentados os resultados de simulação utilizados para validar os resultados teóricos obtidos. É abordado o problema de controle de formação e rastreamento de trajetória de um sistema multiagente formado por robôs holonômicos cinemáticos.

Nas simulações a seguir foi utilizada a seguinte função potencial (figura 2.3) baseada em [29] para definir a distância entre os robôs:

$$J_{ij}(z_{ij}) = \frac{a_{ij}}{2} |z_{ij}|^2 + \frac{b_{ij} c_{ij}}{2} e^{-|z_{ij}|^2 / c_{ij}}, \quad (2.12)$$

onde a constante de atração é $a_{ij} = 0,1$, a constante de repulsão é $b_{ij} = 10$, a

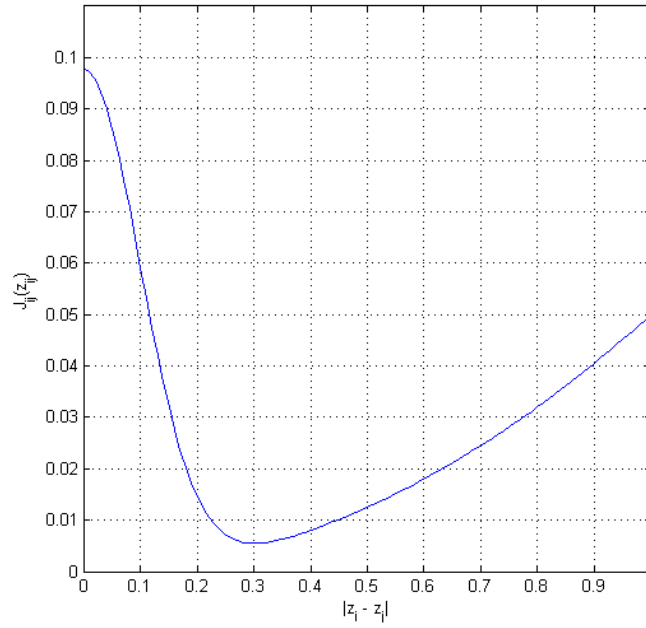


Figura 2.3: Função Potencial $J_{ij}(z_{ij})$

distância interveicular desejada é $d_{ij} = 0,3$ e o parâmetro $c_{ij} = d_{ij}^2 / \log(b_{ij}/a_{ij})$. Observa-se que a função potencial utilizada nas simulações não tende a infinito quando as distâncias entre os robôs tende a zero, porém, como as forças de repulsão geradas pela função potencial são muito maiores que as forças de atração podemos considerar que colisões interveiculares são evitadas.

Para o rastreamento de trajetória foi utilizada a seguinte função potencial J_{ri} :

$$J_{ri} = \frac{(z_i - z_{ri})^2}{2}. \quad (2.13)$$

O objetivo das simulações foi o de fazer três agentes seguirem uma trajetória circular de 1m de raio centrado no ponto $[0 \ 1]^T$ mantendo a formação de um triângulo equilátero com 0,3m de lado. Foi utilizado um ganho $k_{fi} = 1$.

2.3.1 1 líder

As figuras 2.4, 2.5 e 2.6 mostram o resultado para um sistema multiagente com somente 1 líder virtual. Pode-se perceber que existe um pequeno erro residual tanto na trajetória a ser rastreada quanto na distância entre os agentes. Nota-se também que a orientação da formação segue tangente à trajetória percorrida e que não há colisões entre os agentes.

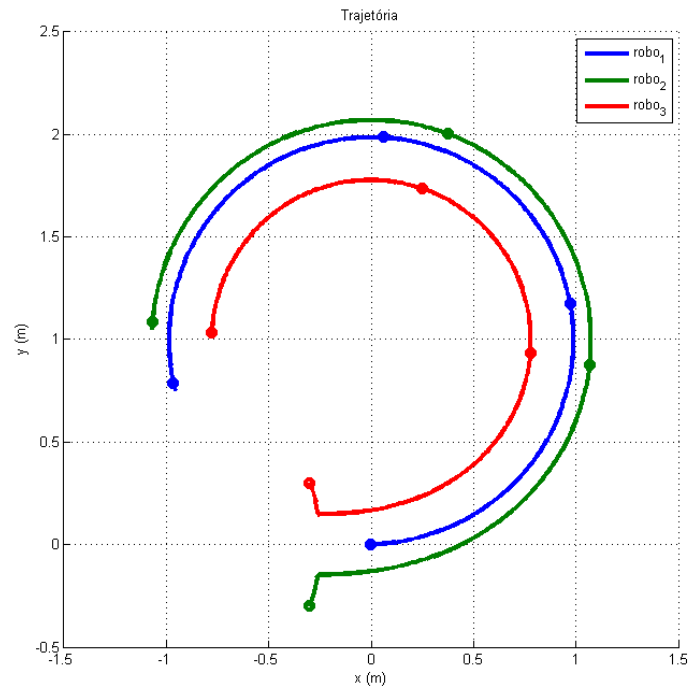


Figura 2.4: 1 Líder - Trajetória

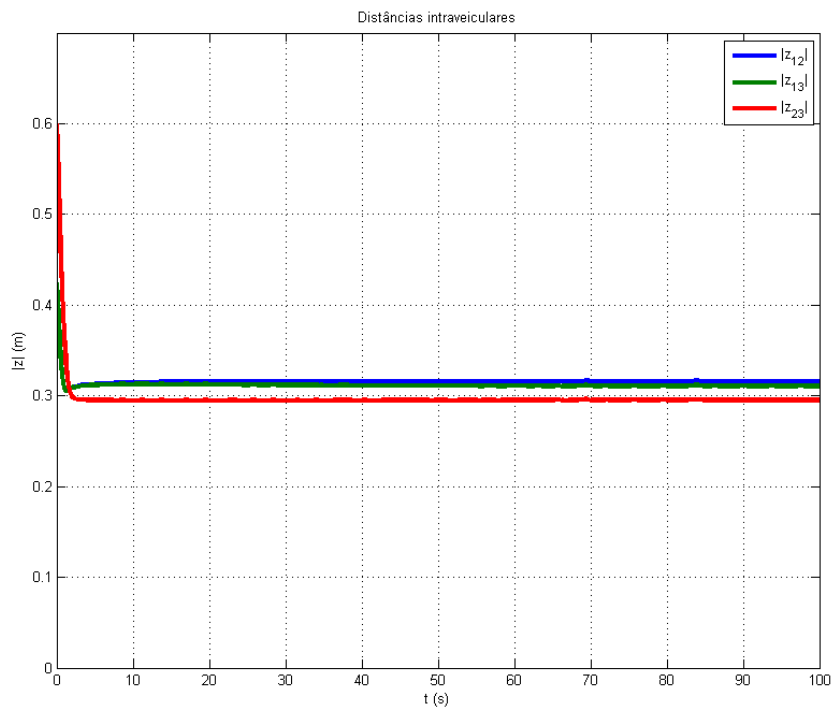


Figura 2.5: 1 Líder - Distâncias Interveiculares

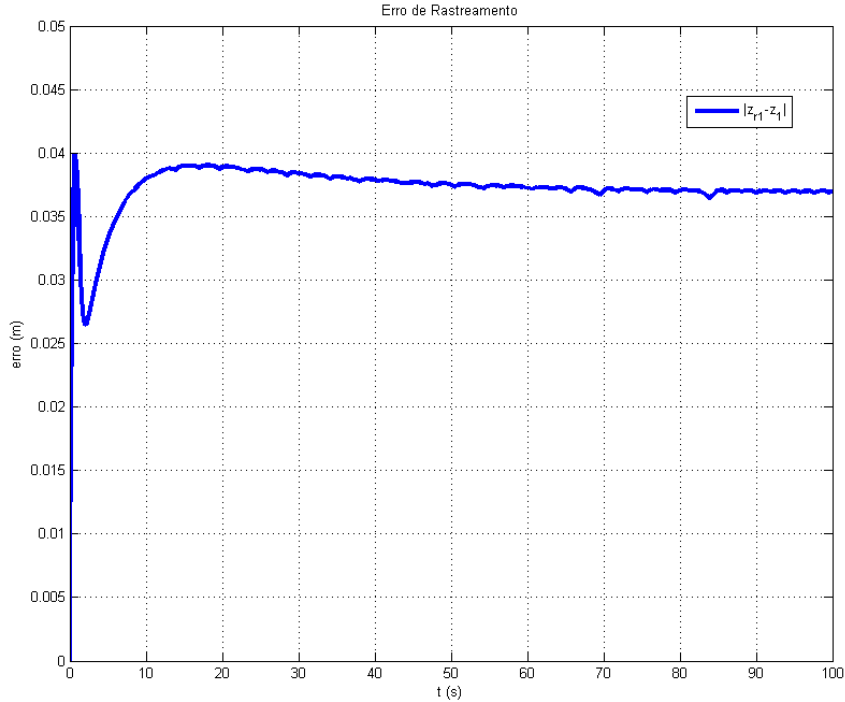


Figura 2.6: 1 Líder - Erro de Trajetória

2.3.2 2 líderes

No caso de um sistema multi agente com 2 líderes virtuais escolhemos fixar a orientação da formação na direção $0rad$. Nas figuras 2.8 e 2.9, pode-se observar um pequeno erro residual na trajetória percorrida e na distância entre agentes como no caso anterior, devido a contínua mudança na velocidade da trajetória desejada. Novamente não há colisões entre os agentes. Na figura 2.7 observa-se que a orientação da formação é mantida.

2.3.3 3 líderes

Para o caso em que todos os robôs do sistema seguem líderes virtuais, os erros de rastreamento e de formação são rapidamente zerados como se pode observar nas figuras 2.8 e 2.9. Também neste caso a orientação da formação foi fixada em 0 e não houve colisões entre os agentes. A figura 2.10 mostra a trajetória percorrida.

2.4 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentado o problema de controle de formação e rastreamento de trajetória de robôs móveis holonômicos de dinâmica desprezível e foi proposta uma lei de controle utilizando função potencial para atingir os objetivos de controle

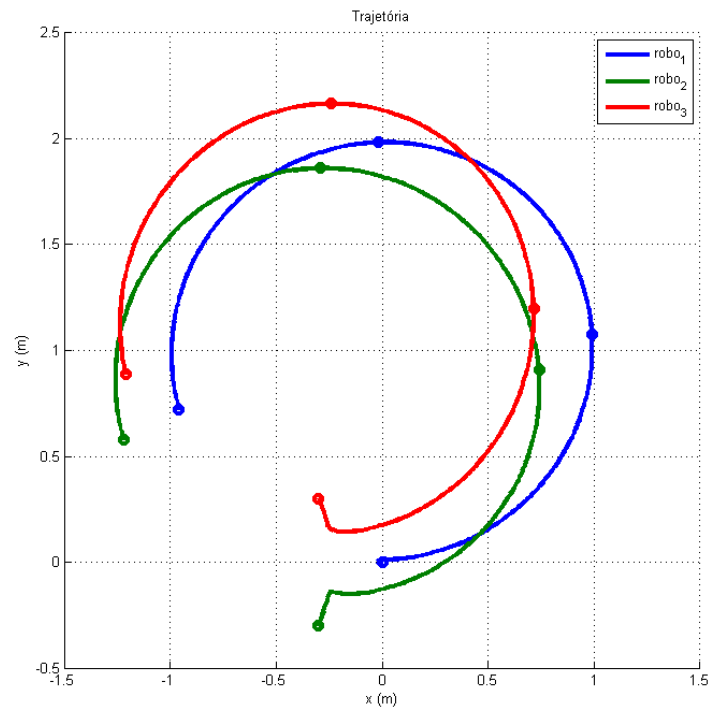


Figura 2.7: 2 Líderes - Trajetória

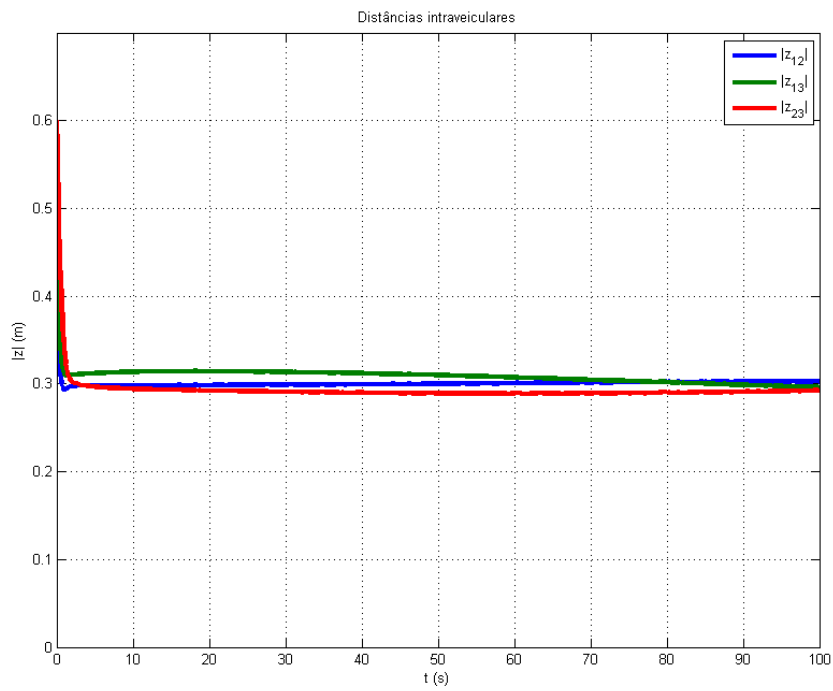


Figura 2.8: 2 Líderes - Distâncias Interveiculares

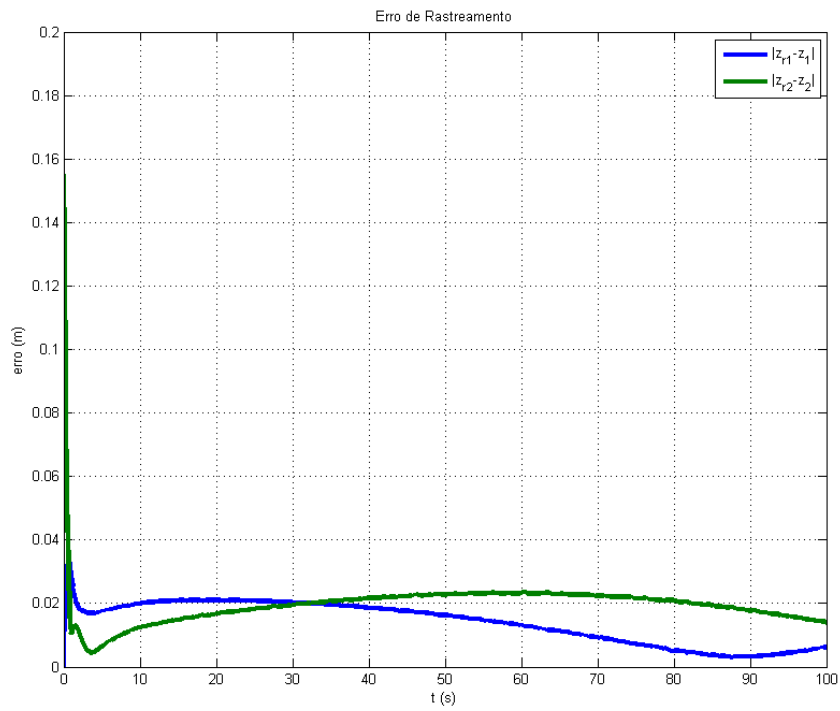


Figura 2.9: 2 Líderes - Erro de Trajetória

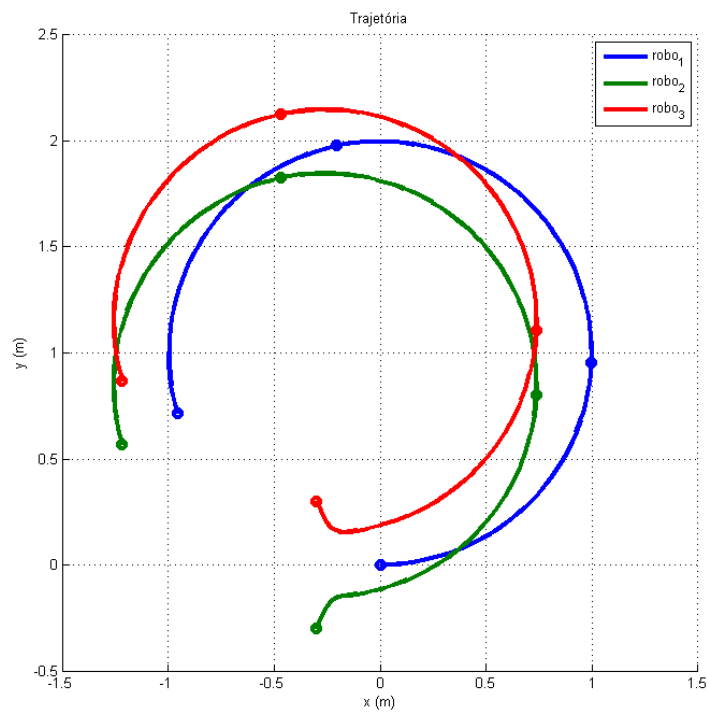


Figura 2.10: 3 Líderes - Trajetória

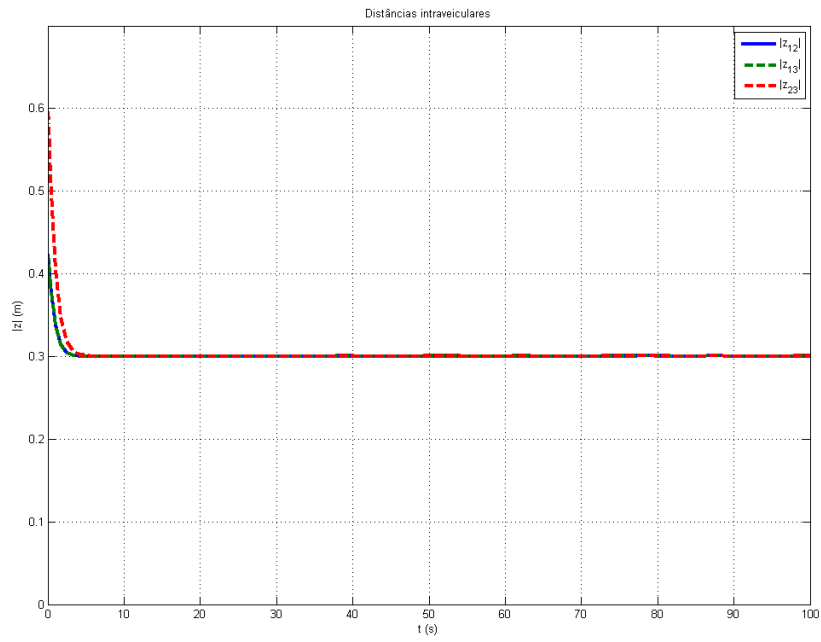


Figura 2.11: 3 Líderes - Distâncias Interveiculares

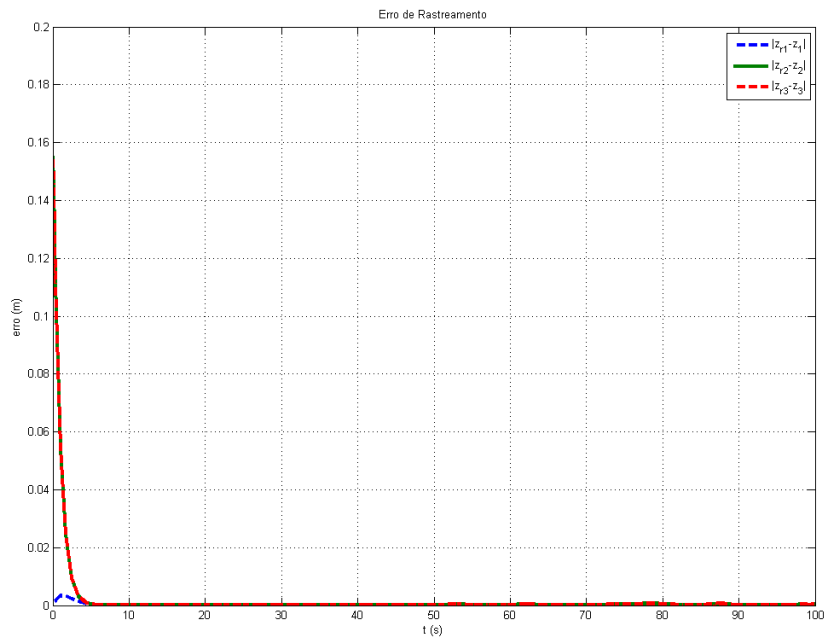


Figura 2.12: 3 Líderes - Erro de Trajetória

definidos. Mostrou-se que o problema pode ser resolvido utilizando somente a informação da posição dos robôs vizinhos. Para validar a lei de controle proposta foram apresentados resultados de simulação.

Capítulo 3

Controle de Formação e Trajetória de Robôs Holonômicos

Este capítulo apresenta o estudo sobre controle de formação e rastreamento de trajetória para o caso de um sistema multiagente formado por um grupo de robôs holonômicos dinâmicos. Inicialmente é definido o modelo matemático do sistema formado pelos robôs na seção 3.1. Na seção 3.2, são definidos os objetivos do problema do controle de formação e rastreamento de trajetória. Na seção 3.3, é definido o modelo cinemático desejado que faz com que os objetivos de controle sejam atingidos. Na seção 3.4, é proposta a estratégia de controle para atingir os objetivos de manter a formação desejada evitando colisões enquanto uma trajetória definida previamente é seguida. Inicialmente, é considerado o caso em que a informação da velocidade dos robôs vizinhos está disponível e, posteriormente é abordado o caso em que a velocidade dos robôs vizinhos não está disponível. Na seção 3.5, são apresentados os resultados obtidos por simulação que validam a estratégia de controle proposta e permitem uma avaliação da sua eficácia.

3.1 Modelo Dinâmico de Robô Holonômico

Considere um grupo de n robôs holonômicos dinâmicos cujo movimento no plano é determinado pelo seguinte modelo de segunda ordem:

$$M_i(z_i)\ddot{z}_i + C_i(\dot{z}_i, z_i)\dot{z}_i = \tau_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.1)$$

onde $M_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ é a matriz de inércia, $C_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ é a matriz de forças de Coriolis e de forças centrípetas, $\tau_i \in \mathbb{R}^2$ é o vetor de forças de controle e $z_i \in \mathbb{R}^2$ é o vetor da posição planar do i -ésimo robô.

Neste trabalho os parâmetros das matrizes M_i e C_i são conhecidos apenas nominalmente. O modelo descrito em 3.1 pertence à classe de sistemas de Euler-Lagrange

possuindo as seguintes propriedades:

1. $\forall i, M_i > 0$ e $h_{mi}|x|^2 \leq x^T \bar{M}_i(z_i)x \leq h_{Mi}|x|^2$ sendo h_{mi} e h_{Mi} constantes positivas, $\forall x \in \mathbb{R}^2$
2. M_i é diferenciável
3. $x^T(\dot{M}_i - 2C_i)x = 0, \forall x \in \mathbb{R}^2$.
4. Existe um vetor paramétrico a_i tal que a seguinte equação é satisfeita:

$$M_i(z_i)\ddot{z} + C_i(z_i, \dot{z}_i)\dot{z} = Y_i(z_i, \dot{z}_i)a_i \quad (3.2)$$

onde $Y_i(z_i, \dot{z}_i)$ é uma matriz regressora cujos elementos são funções conhecidas de seus argumentos.

3.2 Objetivos de Controle

No problema de controle de formação e rastreamento de trajetória deseja-se que:

1. O conjunto de robôs convirja para uma formação desejada definida pelo mínimo de uma função potencial, descrita em função das posições relativas entre os robôs;
2. Sejam evitadas colisões entre os robôs;
3. Os robôs que possuírem líderes virtuais devem seguir as trajetórias definidas pelos seus respectivos líderes enquanto mantêm a formação geométrica definida pela função potencial.
4. Os robôs que não seguem líderes virtuais mantêm a formação por meio das forças geradas pela função potencial.

3.3 Modelo Cinemático Desejado

Para atingir os objetivos de controle definidos na seção 3.2, deseja-se que cada robô com modelo dinâmico 3.1 siga a trajetória definida pelo mesmo modelo cinemático descrito no capítulo 2:

$$\dot{z}_{di} = -k_{fi}\nabla_{z_i}J + \dot{z}_{ri} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

$$\dot{z}_{di} = -k_{fi}\nabla_{z_i}J \quad i = m + 1, \dots, n \quad (3.4)$$

onde $-\nabla_{z_i} J$ é o gradiente descendente da função potencial J e \dot{z}_{ri} é a velocidade planar do líder virtual que define a trajetória seguida pelo i -ésimo robô do sistema multiagente. Deve-se observar que a função potencial J , que define a formação geométrica desejada, depende tanto das posições relativas entre os robôs e seus vizinhos como das posições relativas entre os robôs e seus respectivos líderes virtuais.

Como foi mostrado no capítulo 2, o modelo cinemático descrito por 3.3 assegura que os objetivos de controle apresentados na seção 3.2 são alcançados para o caso cinemático. Portanto, se o sistema dinâmico seguir a trajetória definida pelo modelo cinemático desejado, haverá uma garantia que os objetivos de controle também serão alcançados, justificando a utilização de uma estrutura de controle em cascata.

3.4 Estratégia de Controle

A partir da dinâmica definida em 3.1, devemos projetar uma lei de controle τ_i , de forma que o i -ésimo robô se comporte de acordo com o modelo cinemático desejado definido na seção anterior.

Inicialmente definimos a função auxiliar de erro s_i :

$$s_i = \dot{z}_i - \dot{z}_{di}, \quad (3.5)$$

sendo \dot{z}_{di} o modelo cinemático desejado. O objetivo de controle é fazer $s_i \rightarrow 0$ à medida que $t \rightarrow \infty$.

Derivando 3.5 e substituindo em 3.1 temos:

$$M_i \dot{s}_i + C_i s_i = \tau_i - M_i \ddot{z}_{di} - C_i \dot{z}_{di}, \quad (3.6)$$

reduzindo o problema de controle para um sistema de primeira ordem. Para evitar o chaveamento em alta frequência do sinal de controle, serão projetadas leis de controle contínuas e suaves nas seções a seguir.

Primeiramente, iremos analisar o caso em que cada robô tem as posições e velocidades dos seus vizinhos disponíveis para a lei de controle. Depois, será considerado o caso em que as velocidades dos vizinhos não estão disponíveis para a lei de controle.

3.4.1 Controle com informação da Velocidade dos Vizinhos

Nesta seção é definida a estratégia de controle em que a velocidade dos robôs vizinhos está disponível para ser utilizada. Inicialmente definimos a parametrização linear:

$$Y_i(z_i, \dot{z}_i) \theta_i^* = -M_i \ddot{z}_{di} - C_i \dot{z}_{di}, \quad (3.7)$$

onde $Y_i \in \mathbb{R}^{2 \times p}$ é a matriz regressora em função de z_i e \dot{z}_i e $\theta_i^* \in \mathbb{R}^p$ é o vetor constante de parâmetros desconhecidos, onde p é a quantidade de parâmetros incertos. Então, é proposta a seguinte lei de controle:

$$\tau_i = Y_i \theta_i - K_{Di} s_i, \quad (3.8)$$

onde $\theta_i \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de parâmetros estimados.

Combinando as equações 3.7, 3.8 e 3.6 temos:

$$M_i \dot{s}_i + C_i s_i = Y_i \tilde{\theta}_i - K_{Di} s_i, \quad (3.9)$$

onde $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$ é o erro de estimação.

A lei de adaptação adotada baseada no B-MRAC [38] é:

$$\dot{\theta}_i = -\sigma \theta_i - \Gamma_i Y_i^T s_i, \quad (3.10)$$

sendo $\Gamma_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ a matriz de ganho de adaptação e σ o fator de projeção dado por:

$$\sigma = \begin{cases} 0 & ; \text{se } |\theta_i| < M_{\theta_i} \text{ e } \sigma_{eq} < 0 \\ \sigma_{eq} & ; \text{se } |\theta_i| \geq M_{\theta_i} \text{ e } \sigma_{eq} \geq 0 \end{cases}, \quad (3.11)$$

onde $\sigma_{eq} = -\theta_i^T \Gamma_i Y_i^T s_i / |\theta_i|^2$ e $M_{\theta_i} > |\theta_i^*|$ é constante.

Definindo $B_{\theta_i} = \{\theta_i : |\theta_i| \leq M_{\theta_i}\}$ e assumindo que $\theta_i(0) \in B_{\theta_i}$, o fator de projeção σ atua como se segue: se em algum momento $\theta_i(t)$ está sobre a esfera $|\theta_i| = M_{\theta_i}$ e o termo $-\Gamma_i Y_i^T s_i$ aponta para fora dessa esfera, o vetor de atualização é projetado no plano tangente à esfera; alternativamente, se ele apontar para dentro o fator σ é zerado e $\theta_i(t)$ se move para o interior da esfera. Então é fácil provar que a bola fechada B_{θ_i} é invariante ([37]), isto é, $\forall t \geq 0, |\theta_i| \in B_{\theta_i}$.

Conseqüentemente, a lei de adaptação binária consiste em uma lei de adaptação gradiente com projeção de parâmetro, entretanto a idéia é explorar as propriedades úteis do controlador quando Γ aumenta.

Teorema 3.1 *Considere um sistema formado por n robôs holonômicos dinâmicos modelados por 3.1 e m líderes virtuais, utilizando a lei de controle adaptativa binária dada por 3.8, 3.5, 3.7, 3.10 e 3.11. Supondo que o grafo de comunicação é sempre conectado, a função potencial escolhida atende aos requisitos descritos na seção 2.1.4 e a velocidade da trajetória desejada é limitada por uma constante l_r e escolhendo os ganhos K_{Di} e k_{fi} de ordem $O(\gamma_r l_r)$, sendo γ_r uma constante suficientemente alta e l_r um limite para as velocidades das trajetórias desejadas temos que:*

1. $|z_i(t) - z_{ri}(t)| \rightarrow O(1/\gamma_r)$ a medida que $t \rightarrow \infty$

2. todos os sinais de malha fechada são uniformemente limitados e o sistema tende assintoticamente para alguma formação correspondente a $\nabla_z J = O(1/\gamma_r)$
3. Se o grafo de comunicação for conectado e a função potencial escolhida tender a infinito quando a distância interveicular entre dois robôs quaisquer tender a zero, não há colisões entre os robôs.

Prova: Inicialmente escolhemos a seguinte função de Lyapunov:

$$V = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (s_i^T M_i s_i + \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}) + \alpha J(\tilde{z}). \quad (3.12)$$

Pode-se mostrar que:

$$\dot{V} \leq -s^T K_D s + \alpha [\nabla_z J]^T \dot{z}, \quad (3.13)$$

onde $s = [s_1^T \ \dots \ s_n^T]^T$, $z = [z_1^T \ \dots \ z_n^T]^T$, $K_D = \text{diag}\{K_{D_i}\}$ e $\nabla_z J = [\nabla_{z_1} J^T \ \dots \ \nabla_{z_n} J^T]^T$.

Reescrevendo (3.5) como $\dot{z}_i = s_i - k_{f_i} \nabla_{z_i} J + \dot{z}_r$ e substituindo em 3.13 temos:

$$\dot{V} \leq -s^T K_D s + \alpha e_f^T s - \alpha e_f^T K_f e_f + \alpha e_f^T \dot{z}_r, \quad (3.14)$$

onde $e_f = \nabla_z J$, $K_f = \text{diag}\{K_{f_i}\}$ e $\dot{z}_r = [\dot{z}_{r_1}^T \ \dots \ \dot{z}_{r_m}^T \ 0 \ \dots \ 0]^T$. Então temos que:

$$\dot{V} \leq -[s^T \ e_f^T] \begin{bmatrix} K_D & -\alpha/2I \\ -\alpha/2I & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ e_f \end{bmatrix} + [s^T \ e_f^T] \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha I \end{bmatrix} \dot{z}_r. \quad (3.15)$$

Aplicando o complemento de Schur em $K = \begin{bmatrix} K_D & -\alpha/2I \\ -\alpha/2I & K_f \end{bmatrix}$ temos a seguinte restrição para K ser definida positiva:

$$\alpha \sigma_m(K_f) - \alpha^2 / 4 \sigma_m(K_D)^{-1} > 0 \quad (3.16)$$

$$\sigma_m(K_f) \sigma_m(K_D) > \alpha / 4 \quad (3.17)$$

onde $\sigma_m(K_f) = \min(k_{f_i})$ e $\sigma_m(K_D) = \min(K_{D_i})$. Esta restrição é facilmente respeitada quando definimos um α pequeno.

Definindo $e = [s^T \ e_f^T]^T$, pode-se mostrar que $\dot{V} \leq 0$ fora de um domínio D_r dado por:

$$D_r = \{e : |e| \leq \frac{\alpha}{\sigma_m(K)} l_r\} \quad (3.18)$$

Como $|\dot{z}_r|$ é limitado por uma constante l_r , podemos concluir que se K_D e K forem escolhidos grandes o bastante de modo que $\sigma_m(K)$ seja de ordem $O(\gamma_r l_r)$, segue que a norma do erro $|e|$ será de ordem $O(1/\gamma_r)$ e portanto pode ser feito arbitrariamente pequeno. Então com K_D e K suficientemente grandes, o conjunto D_r é invariante. O conjunto residual é dado por $V \leq c_r$, onde $c_r = \sup_{D_r} V$. A limitação uniforme dos sinais do sistema pode ser concluída pela invariância do domínio $V \leq c_r$ e a validade dos resultados de convergência e estabilidade decorre do fato de c_r ser arbitrário e de que sempre existirá K_D e K_f que satisfaça 3.16. Supondo que se pode aproximar quadraticamente a função J em torno de qualquer configuração de equilíbrio dada por $\nabla_z J = 0$, pode-se concluir que no conjunto residual a ordem de $|e|$ é da mesma ordem que em D_r . ■

3.4.2 Controle sem informação da Velocidade dos Vizinhos

Nesta seção, é definida a estratégia de controle em que a velocidade dos robôs vizinhos não está disponível para ser utilizada. Como no caso anterior, inicialmente definimos a parametrização linear:

$$\tilde{Y}_i \theta_i^* = -M_i \ddot{z}_{ri} - C_i \dot{z}_{di}, \quad (3.19)$$

onde $\tilde{Y}_i \in \mathbb{R}^{2 \times p}$ é a matriz regressora em função de z_i e \dot{z}_i e $\theta_i^* \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de parâmetros desconhecidos sendo p a quantidade de parâmetros incertos. Então, é proposta a seguinte lei de controle:

$$\tau_i = \tilde{Y}_i \theta_i - K_{Di} s_i \quad (3.20)$$

Combinando as equações 3.19, 3.20 e 3.6 temos:

$$M_i \dot{s}_i + C_i s_i = Y_i \tilde{\theta}_i - K_{Di} s_i - M_i \ddot{z}_{fi} \quad (3.21)$$

A lei de adaptação adotada é a mesma da seção 3.4.1 dada por 3.10 e 3.11.

Teorema 3.2 *Considere um sistema formado por n robôs holonômicos dinâmicos modelados por 3.1 e m líderes virtuais, utilizando a lei de controle adaptativa binária dada por 3.20, 3.5, 3.19, 3.10 e 3.11. Supondo que o grafo de comunicação é sempre conectado, a função potencial escolhida atende aos requisitos descritos na seção 2.1.4 e a velocidade da trajetória desejada é limitada por uma constante l_r e escolhendo os ganhos K_{Di} e k_{fi} de ordem $O(\gamma_r l_r)$, sendo γ_r uma constante suficientemente alta e l_r um limite para as velocidades das trajetórias desejadas temos que:*

1. $|z_i(t) - z_{ri}(t)| \rightarrow O(1/\gamma_r)$ a medida que $t \rightarrow \infty$

2. todos os sinais de malha fechada são uniformemente limitados e o sistema tende assintoticamente para alguma formação correspondente a $\nabla_z J = O(1/\gamma_r)$
3. Se o grafo de comunicação for conectado e a função potencial escolhida tender a infinito quando a distância interveicular entre dois robôs quaisquer tender a zero, não há colisões entre os robôs.

Prova: Inicialmente escolhemos a seguinte função de Lyapunov:

$$V = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (s_i^T M_i s_i + \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}) + \alpha J(\tilde{z}). \quad (3.22)$$

Pode-se mostrar que

$$\dot{V} \leq -s^T K_D s - s^T M \ddot{z}_f + \alpha [\nabla_z J]^T \dot{z}, \quad (3.23)$$

onde $\ddot{z}_f = [\ddot{z}_{f1} \quad \dots \quad \ddot{z}_{fn}]$. Escrevendo \ddot{z}_{fi} em função de \dot{z}_i temos:

$$\ddot{z}_{fi} = - \left[\frac{\partial^2 J}{\partial z_1 \partial z_i}, \dots, \frac{\partial^2 J}{\partial^2 z_i}, \dots, \frac{\partial^2 J}{\partial z_N \partial z_i} \right] \dot{z}_i \quad (3.24)$$

então $\ddot{z}_f = H \dot{z}$ onde H é a matriz Hessiana.

Reescrevendo 3.5 como $\dot{z}_i = s_i - k_{fi} \nabla_{z_i} J + \dot{z}_r$ e substituindo em 3.23 temos:

$$\dot{V} \leq -s^T K_D s + s^T M H \dot{z} + \alpha [\nabla_z J]^T \dot{z} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -s^T K_D s + s^T M H s - \alpha s^T M H K_f e_f + s^T M H \dot{z}_r + \\ & + \alpha e_f^T s - \alpha e_f^T K_f e_f + \alpha e_f^T \dot{z}_r \end{aligned} \quad (3.26)$$

onde $e_f = \nabla_z J$, $K_f = \text{diag}\{K_{fi}\}$ and $\dot{z}_r = [\dot{z}_{r1}^T \quad \dots \quad \dot{z}_{rm}^T \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$. Então nós temos que:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -[s^T e_f^T] \begin{bmatrix} \bar{K}_D & -1/2L(\alpha) \\ -1/2L(\alpha)^T & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ e_f \end{bmatrix} + \\ & + [s^T e_f^T] \begin{bmatrix} M H \\ \alpha I \end{bmatrix} \dot{z}_r \end{aligned} \quad (3.27)$$

onde $\bar{K}_D = K_D - M H$, $L(\alpha) = M H K_f - \alpha I$.

É assumido que a matriz de inércia M é uniformemente limitada tal que $|M| < \sigma_M$ onde σ_M é uma constante positiva e em um domínio compacto dado por $V \leq c$, com $c > 0$ arbitrariamente grande, a matriz hessiana H é limitada por $\sigma_H > 0$.

Aplicando o complemento de Schur em

$$K = \begin{bmatrix} \bar{K}_D & -1/2L(\alpha) \\ -1/2L(\alpha)^T & K_f \end{bmatrix}$$

temos a seguinte restrição para que K seja definida positiva:

$$\alpha K_f - 1/4L(\alpha)^T \bar{K}_D^{-1} L(\alpha) > 0 \quad (3.28)$$

Que se mantém se:

$$\alpha \sigma_m(K_f) \sigma_m(\bar{K}_D) > 1/4\sigma_M^2 L(\alpha)/\alpha. \quad (3.29)$$

Se escolhermos $\alpha = \sigma_M(MHK_f)$ temos que:

$$\sigma_m(K_f) \sigma_m(\bar{K}_D) > 0, \quad (3.30)$$

satisfazendo a restrição.

Definindo $e = [s^T e_f^T]^T$, pode-se mostrar que $\dot{V} \leq 0$ fora de um domínio D_r dado por:

$$D_r = \{e : |e| \leq \frac{\sigma_M(MH)}{\sigma_m(K)} l_r\} \quad (3.31)$$

Pode-se concluir que se escolhermos K_D e K_f grandes o suficiente tal que $\sigma_m(K_D) > \sigma_M(MH)$ e $\sigma_m(K)$ seja de ordem $O(\gamma_r l_r)$, a norma do erro $|e|$ será de ordem $O(1/\gamma_r)$ e, portanto, pode ser feita arbitrariamente pequena. Então, para K_D e K_f suficientemente grandes, o conjunto D_r é invariante, de modo que o limite uniforme assumido para H se mantém. O conjunto residual é dado por $V \leq c_r$ onde $c_r = \sup_{D_r} J$. A limitação uniforme dos sinais do sistema pode ser concluída pela invariância do domínio $V \leq c_r$ e a validade semiglobal dos resultados de convergência e estabilidade decorre do fato de c_r ser arbitrário e de que sempre existirá K_D e K_f que satisfaça 3.29. Assumindo que é possível aproximar quadraticamente a função J ao redor da configuração de equilíbrio $\nabla_z J = 0$, pode-se concluir que dentro do conjunto residual D_r , $|e|$ é da mesma ordem. ■

3.5 Resultados de Simulação

Nesta seção, serão apresentados os resultados de simulação utilizados para validar os resultados teóricos obtidos. Em cada caso será comparado o desempenho da estratégia que utiliza a informação da velocidade dos agentes vizinhos e o desempenho da estratégia que utiliza somente a posição dos agentes vizinhos.

Nas simulações a seguir foram utilizados robôs iguais com parâmetros $M_i = 20I$ e $C_i = 2I$ onde I é uma matriz identidade de segunda ordem. A função potencial

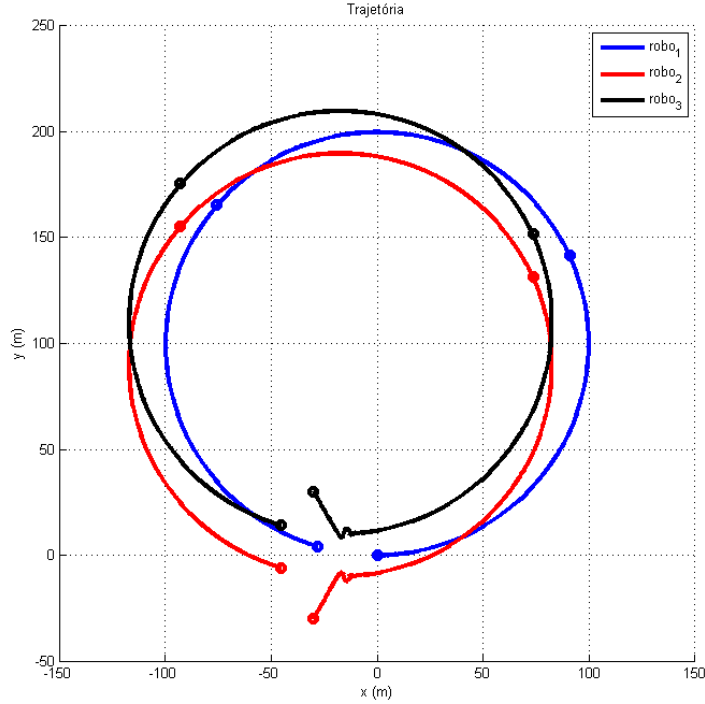


Figura 3.1: 3 Líderes com informação de velocidade - Trajetória

utilizada para definir a distância entre os robôs foi:

$$J_{ij}(z_{ij}) = \frac{a_{ij}}{2}|z_{ij}|^2 + \frac{b_{ij}c_{ij}}{2}e^{-|z_{ij}|^2/c_{ij}}, \quad (3.32)$$

onde a constante de atração $a_{ij} = 0, 1$, a constante de repulsão $b_{ij} = 20$, a distância interveicular desejada $d_{ij} = 20$ e o parâmetro $c_{ij} = d_{ij}^2 / \log(b_{ij}/a_{ij})$.

O objetivo das simulações foi o de fazer três agentes seguirem uma trajetória circular mantendo a formação de um triângulo equilátero com 20m de lado. Foi utilizado um ganho $k_{fi} = 10$ e $K_{Di} = 100$.

3.5.1 3 líderes virtuais - com informação de velocidade

A figura 3.1 mostra a trajetória dos robôs. Inicialmente eles se aproximam para manter a formação desejada ao mesmo tempo em que rastreiam a trajetória circular definida. A figura 3.2 mostra as distâncias intraveiculares durante a trajetória. Analisando este gráfico percebemos que a formação é atingida rapidamente e que ela é mantida durante toda a trajetória. Também pode-se notar que em nenhum momento houve colisão entre os agentes, ou seja, a distância intraveicular nunca chegou a zero. A figura 3.3 mostra que os erros de rastreamento de cada robô tendem a zero.

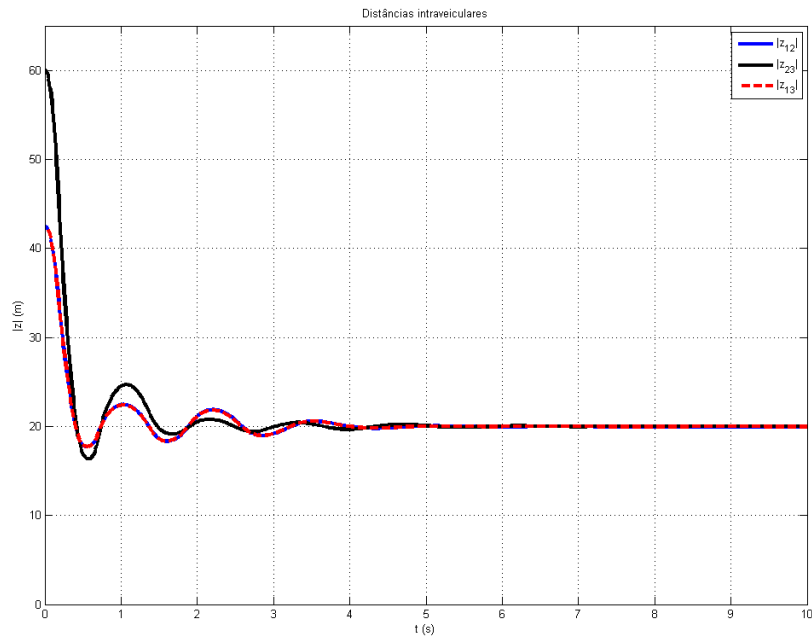


Figura 3.2: 3 Líderes com informação de velocidade - Distâncias Interveiculares

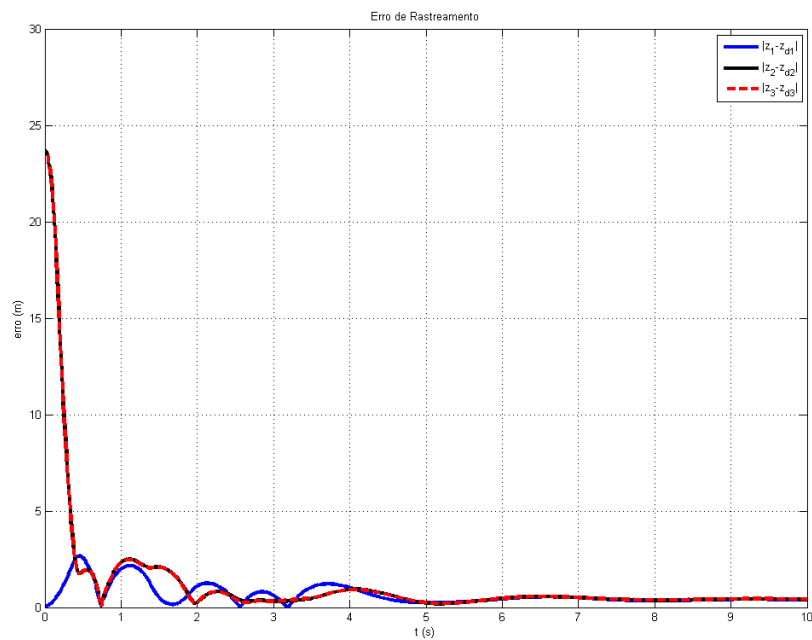


Figura 3.3: 3 Líderes com informação de velocidade - Erro de Rastreamento

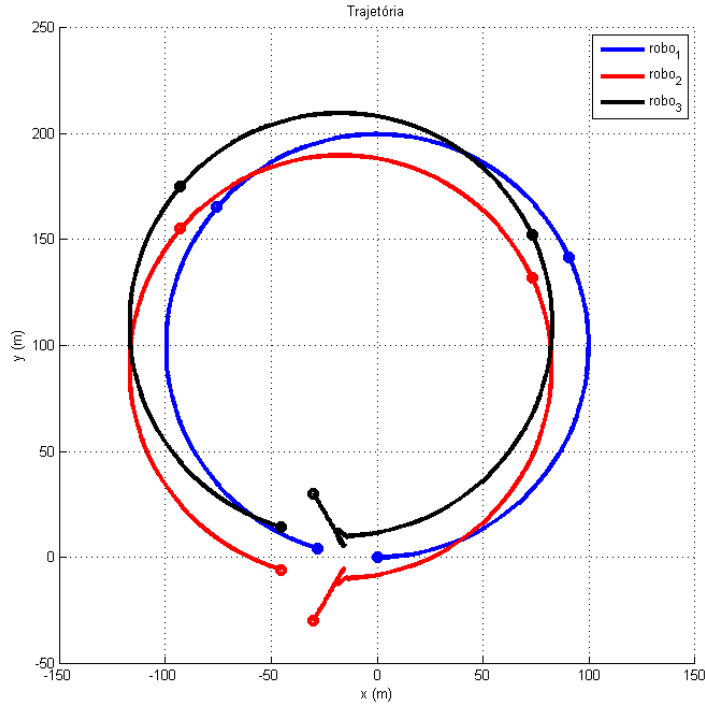


Figura 3.4: 3 Líderes sem informação de velocidade - Trajetória

3.5.2 3 líderes virtuais - sem informação de velocidade

A figura 3.4 mostra a trajetória para o caso do controle sem a informação da velocidade. Em comparação com o caso em que é utilizada a informação da velocidade dos vizinhos, este caso apresenta um transitório mais oscilatório e mais demorado, mas eventualmente o sistema entra em regime e os erros de trajetória e de formação tendem a zero como pode-se observar nas figuras 3.5 e 3.6.

3.5.3 1 líder virtual - com informação de velocidade

A figura 3.7 mostra a trajetória dos robôs para o caso em que há somente um líder virtual. Neste caso, a orientação da formação segue tangente à trajetória circular. A figura 3.8 mostra as distâncias intraveiculares durante a trajetória. Analisando este gráfico, percebemos que a formação é atingida rapidamente e que ela é mantida durante toda a trajetória, entretanto o erro na distância desejada entre os agentes não é zerado como no caso com n líderes virtuais. Este erro é diminuído quando aumentamos K_f ou quando a velocidade da trajetória é reduzida. Também pode-se notar que em nenhum momento houve colisão entre os agentes, ou seja, a distância intraveicular nunca chegou a zero. A figura 3.9 mostra que o erro de trajetória do robô 1 não tende a zero, mas fica limitado a valores baixos.

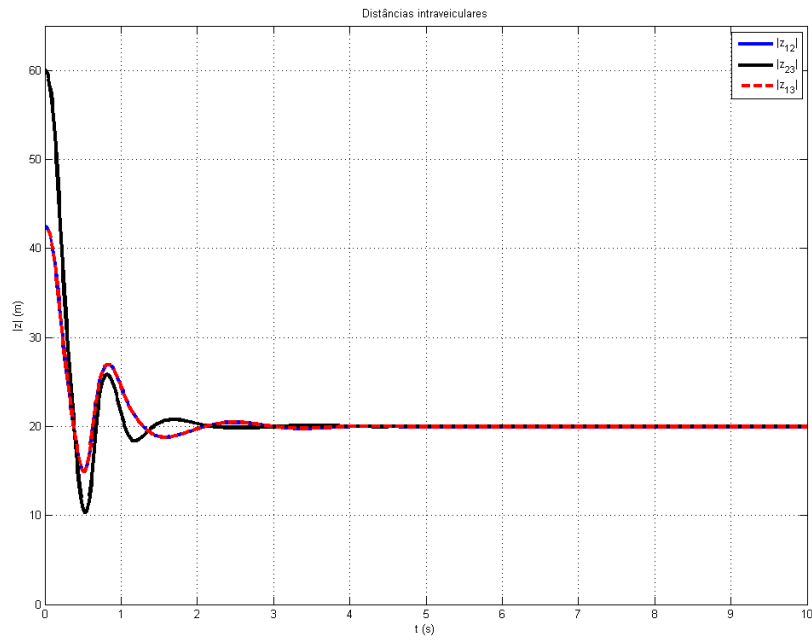


Figura 3.5: 3 Líderes sem informação de velocidade - Distâncias Interveiculares

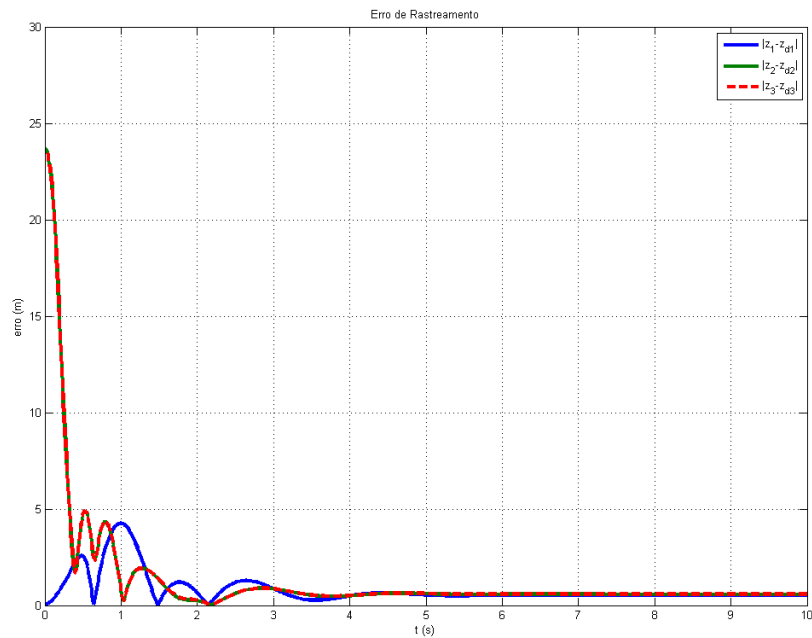


Figura 3.6: 3 Líderes sem informação de velocidade - Erro de Rastreamento

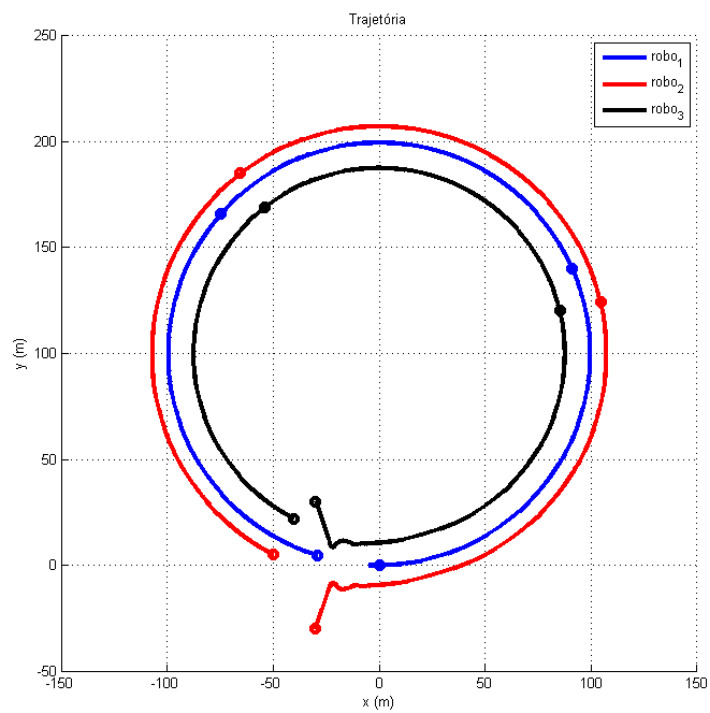


Figura 3.7: 1 Líder com informação de velocidade - Trajetória

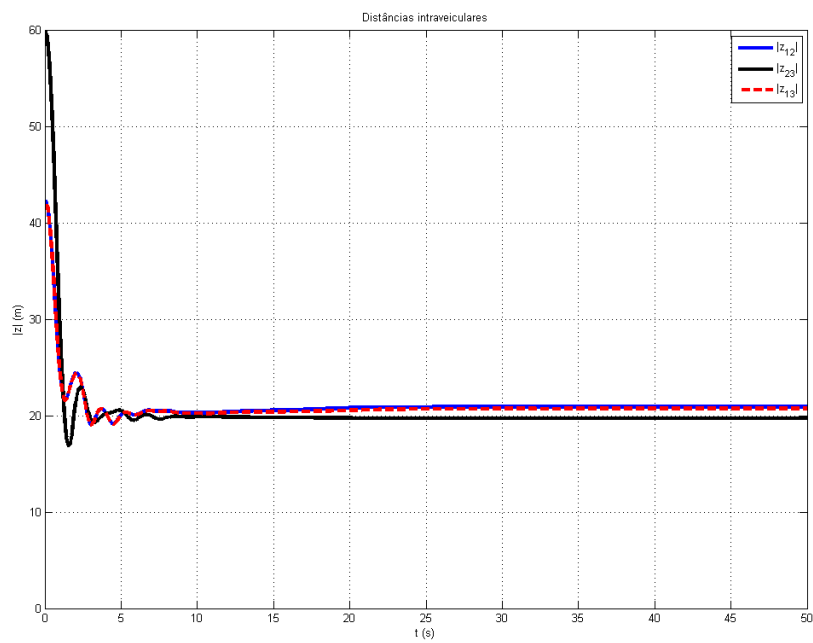


Figura 3.8: 1 Líder com informação de velocidade - Distâncias Interveiculares

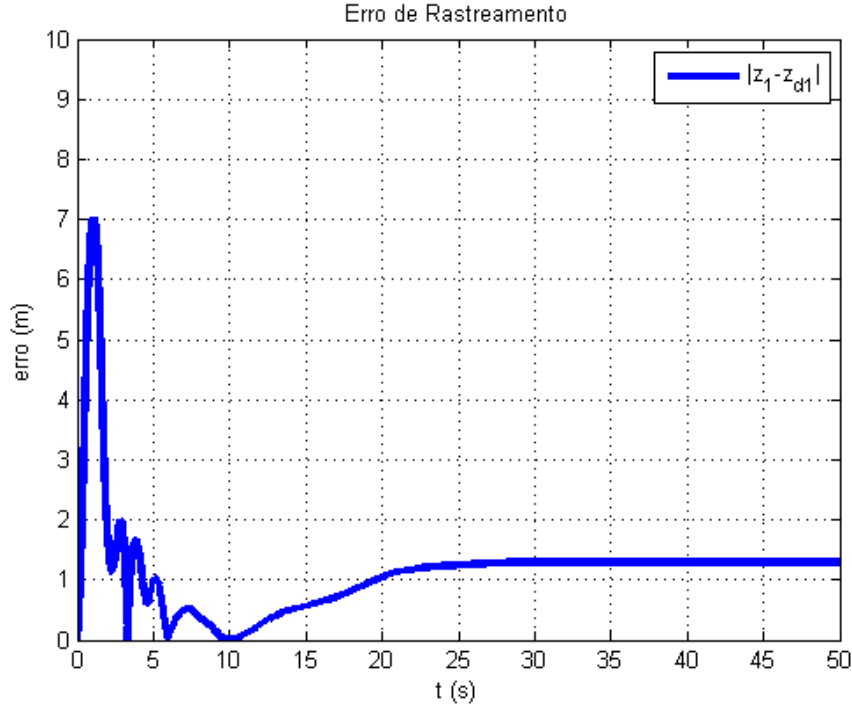


Figura 3.9: 1 Líder com informação de velocidade - Erro de Trajetória

3.5.4 1 líder virtual - sem informação de velocidade

A figura 3.10 mostra a trajetória para o caso com somente um líder virtual e sem utilizar no controle a informação da velocidade dos agentes vizinhos. Como esperado, em comparação com o caso em que é utilizada a informação da velocidade dos vizinhos, este caso apresenta um transitório mais oscilatório e mais demorado, mas eventualmente o sistema entra em regime. Os erros de trajetória e de formação não são zerados como pode-se observar nas figuras 3.11 e 3.12, mas podem ser diminuídos quando aumentamos K_f ou quando a velocidade da trajetória é reduzida. Também pode-se notar que em nenhum momento houve colisão entre os agentes, ou seja, a distância intraveicular nunca chegou a zero.

3.5.5 2 líderes virtuais sem informação de velocidade dos vizinhos e mudança de orientação da formação

Utilizando dois líderes virtuais é possível girar a formação em torno de um eixo. Nesse experimento o robô 1 começa a frente da formação seguido pelos robôs 2 e 3 logo atrás. No meio do caminho, a formação é comandada para que o robô 2 fique a frente da formação com os robôs 1 e 3 atrás. A figura 3.13 mostra a trajetória percorrida. As distâncias entre os veículos é mostrada na figura 3.14. Pode-se notar que o erro das distâncias intraveiculares não tende a zero, já que o robô 3 não está seguindo nenhum líder virtual. Os erros de rastreamento dos robôs 1 e 2 são

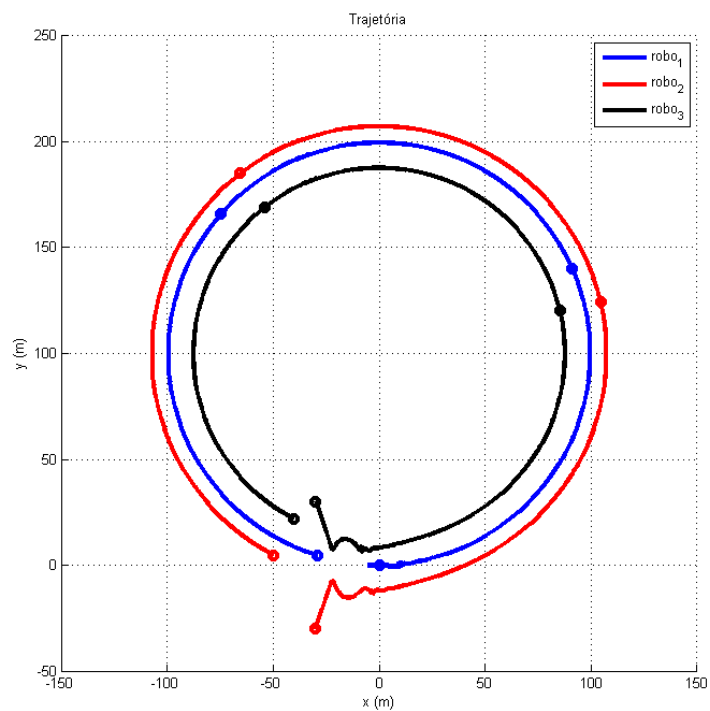


Figura 3.10: 1 Líder sem informação de velocidade - Trajetória

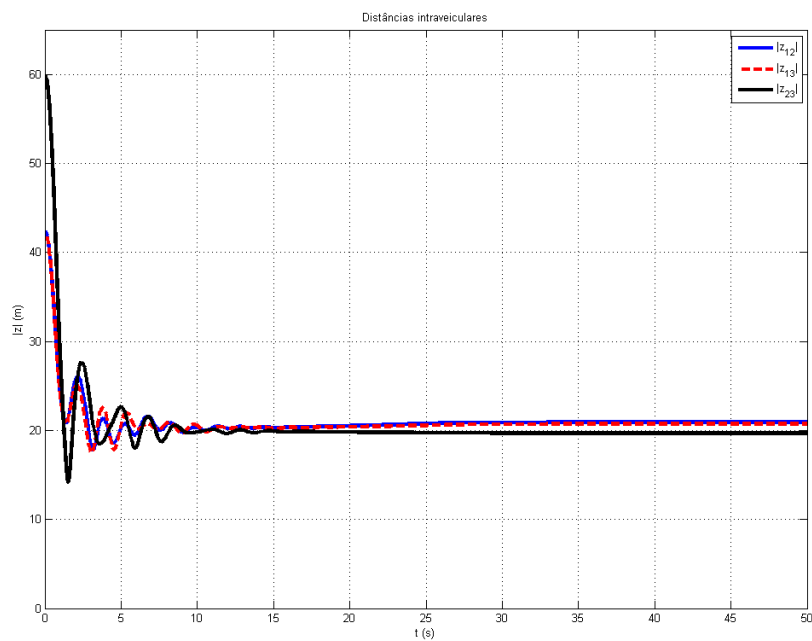


Figura 3.11: 1 Líder sem informação de velocidade - Distâncias Interveiculares

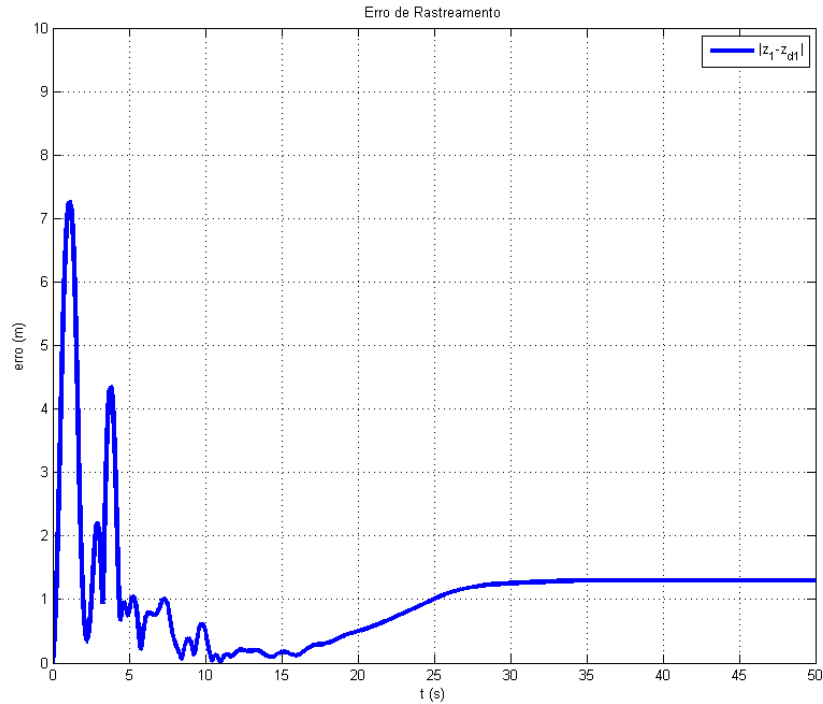


Figura 3.12: 1 Líder sem informação de velocidade - Erro de Trajetória

mostrados na figura 3.15 onde se pode ver que não são completamente zerados mas permanecem em valores baixos.

3.6 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentado o problema de controle de formação e rastreamento de trajetória de robôs móveis holonômicos dinâmicos e foi proposta uma lei de controle utilizando função potencial para atingir os objetivos de controle definidos. Mostrou-se que o problema pode ser resolvido sem a necessidade dos robôs conhecerem as velocidades dos seus vizinhos. Foi realizada uma análise de estabilidade utilizando funções de Lyapunov e para validar esta análise foram apresentados resultados de simulação comparando o desempenho do sistema nos casos em que a velocidade dos vizinhos é utilizada com o caso que somente utiliza a posição relativa entre os robôs vizinhos.

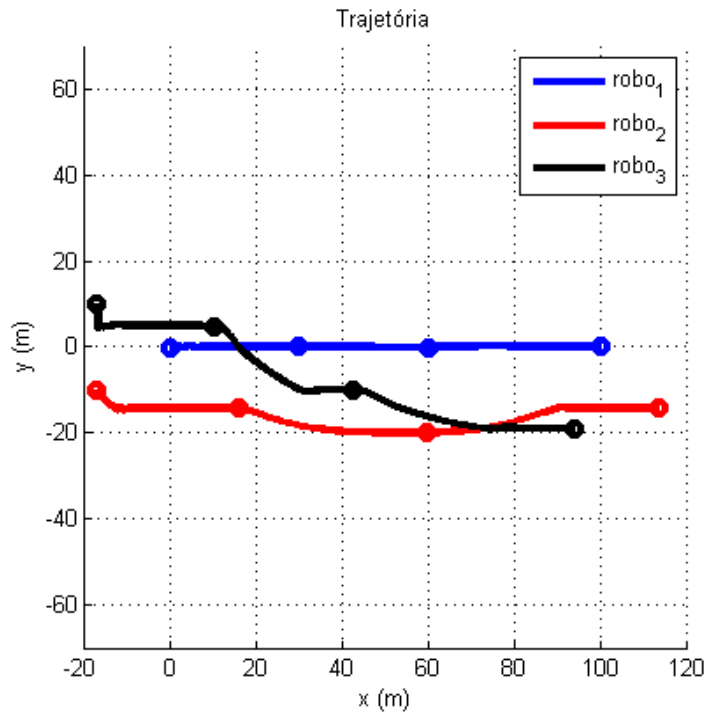


Figura 3.13: 2 Líderes - Trajetória

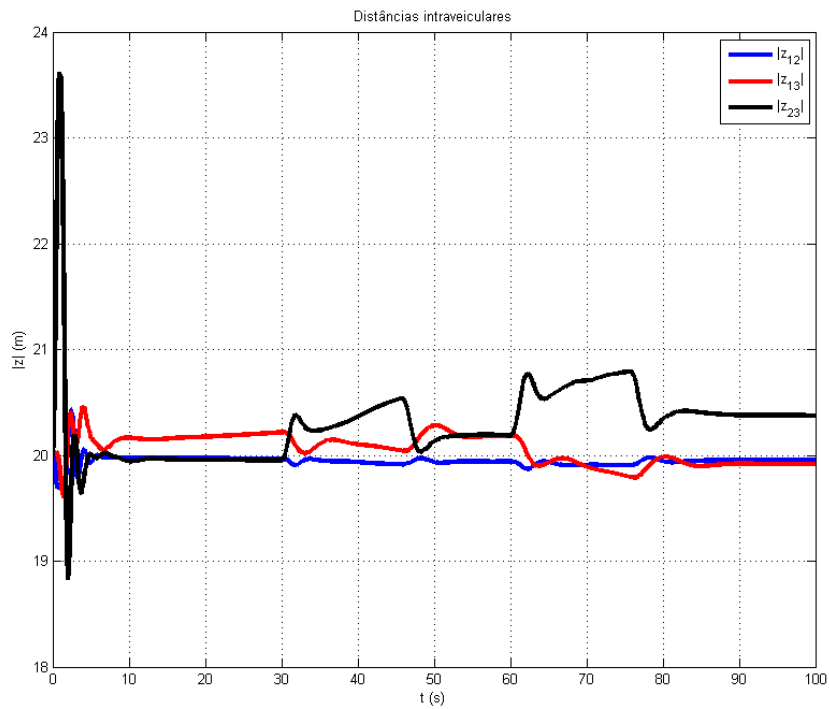


Figura 3.14: 2 Líderes - Distâncias Interveiculares

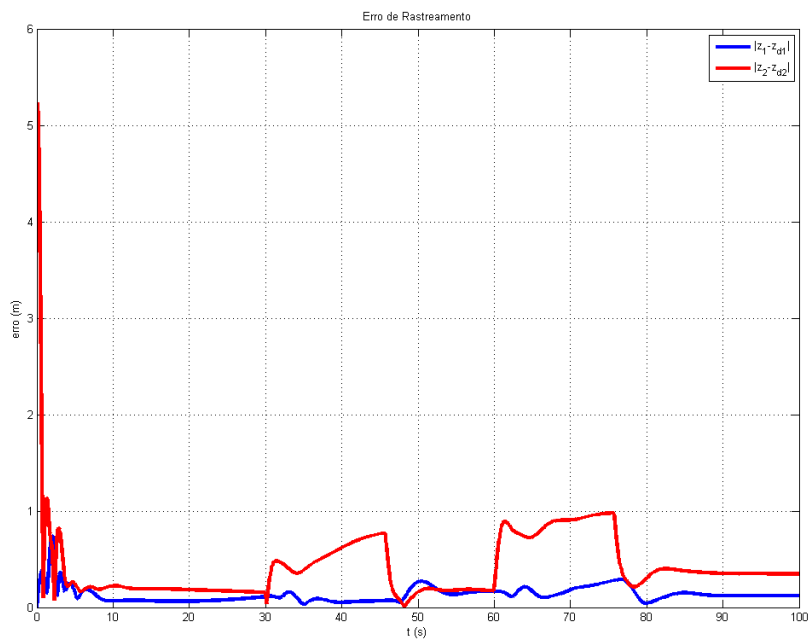


Figura 3.15: 2 Líderes - Erro de Trajetória

Capítulo 4

Controle de Formação e Trajetória de Robôs Não Holonômicos

Este capítulo apresenta o estudo sobre controle de formação e rastreamento de trajetória utilizando funções potenciais para o caso de robôs não holonômicos dinâmicos. Na seção 4.1, é definido o modelo matemático do sistema multiagente formado por n robôs não holonômicos dinâmicos. Na seção 4.2, são definidos os objetivos do controle do problema de rastreamento de trajetória e controle de formação para robôs não holonômicos. Na seção 4.3, é definido o modelo cinemático desejado que permite atingir os objetivos de controle propostos. Na seção 4.4, é definida a lei de controle adaptativa que leva os robôs responder como o modelo cinemático desejado. Na seção 4.5 são apresentados os resultados obtidos por simulação que validam a estratégia de controle proposta e permitem uma avaliação da eficácia deste.

4.1 Modelo Dinâmico de Robô Não Holonômico

Considere um sistema multiagente formado por n robôs não holonômicos dinâmicos cujo movimento no plano é determinado pelo modelo de segunda ordem a seguir:

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(\dot{q}_i, q_i)\dot{q}_i = B_i(q_i)\tau_i + J_i^T(q_i)\lambda_i \quad (4.1)$$

$$J_i(q_i)\dot{q}_i = 0 \quad (4.2)$$

onde $M_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é a matriz de inércia, $C_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é a matriz de forças centrípetas e de Coriolis, $\lambda_i \in \mathbb{R}$ é o vetor de forças de restrição, $J_i(q_i) \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ é a matriz associada as restrições, $B_i(q_i) \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ é a matriz transformadora das entradas, $\tau_i \in \mathbb{R}^2$ é o vetor de forças de controle e $q_i = [x_i \ y_i \ \psi_i]^T$ é a configuração do robô i , onde $z_i = [x_i \ y_i]^T$ são as coordenadas planares e ψ_i é o ângulo da orientação do i -ésimo robô.

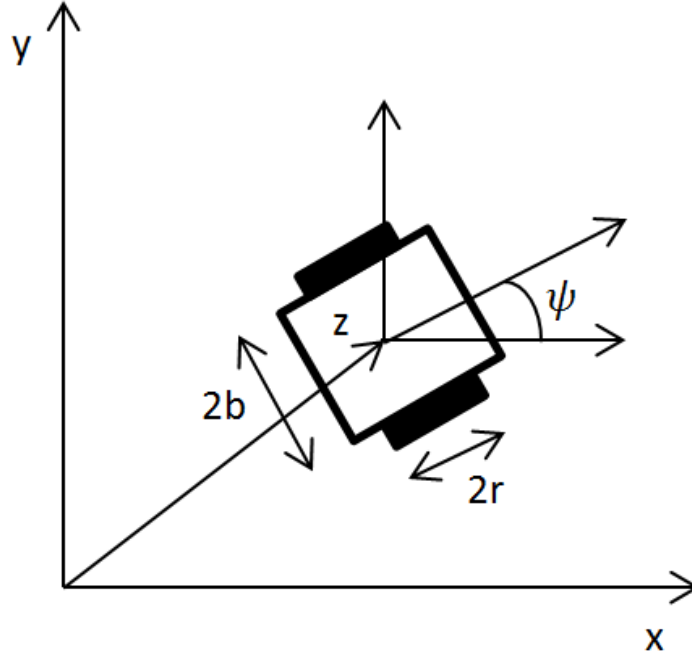


Figura 4.1: Estados e Parâmetros de um Robô Não Holonômico

A velocidade do i -ésimo robô \dot{q}_i pode ser escrita como

$$\dot{q}_i = R_i(q_i)v_i, \quad (4.3)$$

onde $R_i(q_i)$ abrange o espaço nulo de $J_i(q_i)$. A matriz R_i deve ser definida de acordo com as informações de velocidade que desejamos que apareçam no vetor v_i . Por exemplo, se definirmos $v_i = [u_i \ w_i]^T$ onde u_i e w_i são as velocidades linear e angular do robô respectivamente, a matriz R_i será definida como

$$R_i(q_i) = \begin{bmatrix} \cos(\psi_i) & 0 \\ \sin(\psi_i) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

Também é usual definir $v_i = [v_{di} \ v_{ei}]^T$ onde v_{di} e v_{ei} são as velocidades angulares da roda direita e esquerda do robô respectivamente, e nesse caso a matriz R_i é definida como

$$R_i(q_i) = (r_i/2) \begin{bmatrix} \cos(\psi_i) & \cos(\psi_i) \\ \sin(\psi_i) & \sin(\psi_i) \\ 1/b_i & -1/b_i \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

onde b_i e r_i são parâmetros do robô que podem ser vistos na figura 4.1.

Utilizando o fato de que $J_i(q_i)R_i(q_i) = 0$, o modelo matemático representado

pela equação 4.1 pode ser expresso pela seguinte equação

$$\bar{M}_i(q_i)\dot{v}_i + \bar{C}_i(\dot{q}_i, q_i)v_i = \bar{B}_i(q_i)\tau_i, \quad (4.6)$$

onde $\bar{C}_i(\dot{q}_i, q_i) = R_i^T M_i(q_i)\dot{R} + R_i^T C_i(\dot{q}_i, q_i)R$ e $\bar{M}_i(\dot{q}_i, q_i) = R_i^T M_i(q_i)R$. $\bar{B}_i = R_i^T B_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ é assumida inversível. Neste trabalho consideramos que os parâmetros das matrizes M_i e C_i são conhecidos apenas nominalmente.

Esse modelo pertence à classe de sistemas de Euler-Lagrange possuindo as propriedades a seguir:

1. $\forall i, \bar{M}_i > 0$ e $h_{mi}|x|^2 \leq x^T \bar{M}_i(z_i)x \leq h_{Mi}|x|^2$ sendo h_{mi} e h_{Mi} constantes positivas e $\forall x \in \mathbb{R}^n$
2. \bar{M}_i é diferenciável
3. $x^T(\dot{\bar{M}}_i - 2\bar{C}_i)x = 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$.
4. Existe um vetor paramétrico a_i tal que a seguinte equação é satisfeita:

$$\bar{M}_i(q_i)\ddot{q} + \bar{C}_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q} = Y_i(q_i, \dot{q}_i)a_i \quad (4.7)$$

onde $Y_i(z_i, \dot{z}_i)$ é uma matriz regressora cujos elementos são funções conhecidas de seus argumentos.

4.2 Objetivos de Controle

No problema de controle de formação e rastreamento de trajetória deseja-se que:

1. O conjunto de robôs convirja para uma formação desejada definida pelo mínimo de uma função potencial, descrita em função das posições relativas entre os robôs;
2. Sejam evitadas colisões entre os robôs;
3. Os robôs que possuírem líderes virtuais devem seguir as trajetórias definidas pelos seus respectivos líderes enquanto mantêm a formação geométrica definida pela função potencial;
4. Os robôs que possuírem líderes virtuais devem se alinhar com seus líderes virtuais, ou seja, devem seguir a mesma orientação deles;
5. Os robôs que não possuírem líderes virtuais devem se alinhar com a direção do gradiente descendente da função potencial.

4.3 Modelo Cinemático Desejado

Como no caso holonômico, deve-se definir um modelo cinemático desejado para que se possa atingir os objetivos de controle definidos na seção 4.2.

Como os robôs que seguem líderes virtuais têm objetivos de controle diferentes dos que não seguem, são definidos dois modelos cinemáticos diferentes.

Inicialmente, definimos $q_{ri}(t) = [x_{ri}(t) \ y_{ri}(t) \ \psi_{ri}(t)]^T$, as coordenadas generalizadas do i -ésimo líder virtual, como

$$q_{ri}(t) = q_{r1}(t) + d_i(t), \quad (4.8)$$

onde $q_{r1}(t) = [x_{r1}(t) \ y_{r1}(t) \ \psi_{r1}(t)]^T$ é a trajetória do líder da formação definida por

$$\dot{q}_{r1} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_{r1}) & 0 \\ \sin(\psi_{r1}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v_{r1}(t), \quad (4.9)$$

sendo $v_{r1} = [u_{r1} \ w_{r1}]^T$, u_{r1} e w_{r1} as velocidades linear e angular do robô líder da formação. $d_i(t)$ é o vetor que define a posição relativa desejada entre o i -ésimo robô e o robô líder da formação e deve ser escolhido de forma a obedecer o padrão geométrico definido pela função potencial.

Foi então utilizada uma combinação do esquema de rastreamento de trajetória estabelecido em [28], estendido para diversos veículos, com a estratégia de controle de formação utilizando funções potenciais, definindo $v_{di} = [u_{di} \ w_{di}]^T$ para os m robôs que seguem líderes virtuais como:

$$u_{di} = -k_{fi}e_{fi} + \bar{u}_{ri} \quad i = 1, \dots, m \quad (4.10)$$

$$w_{di} = u_{ri}k_{ri}\bar{e}_{ri} + k_{wi}e_{\psi_{ri}} + w_{ri} \quad i = 1, \dots, m \quad (4.11)$$

onde $e_{fi} = \nabla_{z_i} J^T R_{li}$ é o gradiente da função potencial projetado na direção da orientação do i -ésimo robô, $e_{\psi_{ri}} = \sin(\psi_i - \psi_{ri})$ é o erro da orientação do i -ésimo robô em relação a orientação de seu líder virtual, $\bar{e}_{ri} = (z_i - z_{ri})^T R_{ni}$ é a distância relativa entre o i -ésimo robô e seu líder virtual projetada na direção normal a orientação do i -ésimo robô, $\bar{u}_{ri} = u_{ri}\cos(\psi_{ri} - \psi_i)$ é a projeção da velocidade linear do líder virtual na direção da orientação do i -ésimo robô e $w_{ri} = \dot{\psi}_{ri}$ é a velocidade angular do líder virtual i . $R_{li} = [\cos(\psi_i)\sin(\psi_i)]^T$ é o vetor de projeção na direção da orientação do robô i e $R_{ni} = [-\sin(\psi_i)\cos(\psi_i)]^T$ é o vetor de projeção na direção normal a orientação do robô i .

Para os robôs que não seguem líderes virtuais o modelo cinemático desejado v_{di}

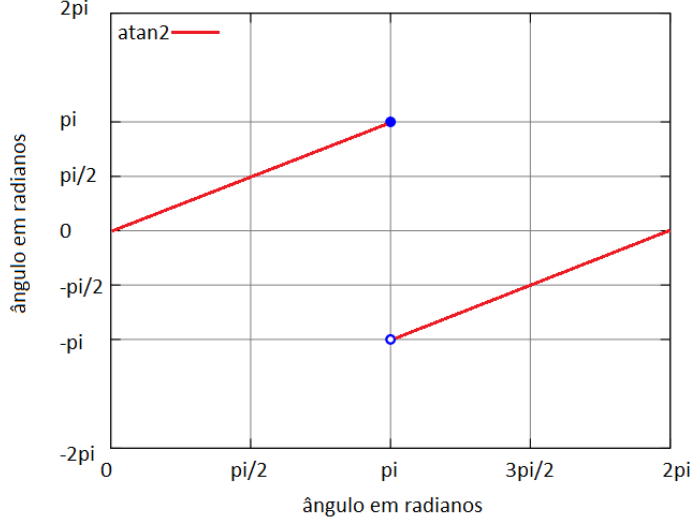


Figura 4.2: Descontinuidade da Função atan2

foi definido como:

$$u_{di} = -k_{fi}e_{fi} \quad i = m + 1, \dots, n \quad (4.12)$$

$$w_{di} = -k_{wi}e_{\psi_{fi}} \quad i = m + 1, \dots, n \quad (4.13)$$

sendo $e_{\psi_{fi}} = \psi_i - \psi_{fi}$ o erro na orientação do i -ésimo robô em relação a direção do gradiente descendente da função potencial e $\psi_{fi} = \text{atan2}(-\partial J/\partial y_i, -\partial J/\partial x_i)$ a direção do gradiente descendente da função potencial.

Como os robôs só podem se mover no espaço de acordo com as restrições não-holonômicas, utilizamos a projeção de $-\nabla_{z_i} J$ na direção da orientação do robô na ação de controle de sua velocidade linear. Para o controle da velocidade angular, utilizamos um controle proporcional para zerar o erro entre ψ_i e a direção do gradiente decrescente ψ_{di} .

Como a função atan2 possui uma descontinuidade para o ângulo π , como podemos ver na figura 4.2, passamos o vetor $\nabla_{z_i} J$ para o sistema de coordenadas do robô i e reescrevemos w_{di} como

$$J_{rot} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_i) & \sin(\psi_i) \\ -\sin(\psi_i) & \cos(\psi_i) \end{bmatrix} \nabla_{z_i} J \quad (4.14)$$

$$\psi_{rotfi} = \text{atan2}(-\partial J_{rot}/\partial y_i, -\partial J_{rot}/\partial x_i) \quad (4.15)$$

$$w_{di} = k_{wi}\psi_{rotfi} \quad (4.16)$$

Essa transformação para o sistema de coordenadas do robô impede o chaveamento indesejado que aparece na ação de controle de velocidade angular do robô,

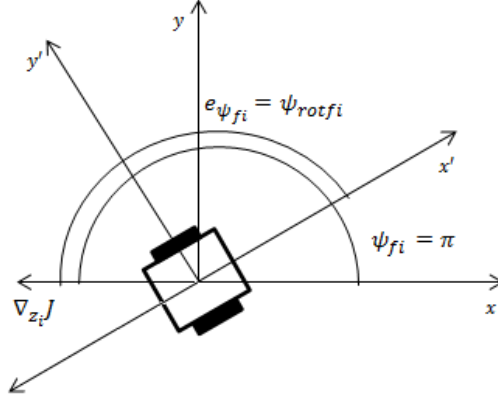


Figura 4.3: Transformação do sistema de coordenadas

caso não seja feita. A figura 4.3 mostra o caso em que $\psi_{fi} = \pi$ e como a transformação para o sistema de coordenadas do robô evita a região em que a função atan2 é descontínua.

4.4 Estratégia de Controle

Para que o sistema multiagente se comporte de acordo com o modelo cinemático desejado definido na seção anterior, deve-se projetar uma lei de controle τ_i .

Como não é possível definir instantaneamente as velocidades dos robôs como no caso cinemático, definimos o erro auxiliar s como

$$s_i = v_i - v_{di}, \quad (4.17)$$

combinando 4.1 e a derivada de 4.17 temos

$$\bar{M}_i \dot{s}_i + \bar{C}_i s_i = \bar{B}_i \tau_i - \bar{M}_i \dot{v}_{di} - \bar{C}_i v_{di}, \quad (4.18)$$

reduzindo o problema de controle para um sistema de primeira ordem.

Agora o objetivo de controle é fazer $s_i \rightarrow 0$ à medida que $t \rightarrow \infty$. Para atingir esse objetivo a seguinte lei de controle é proposta

$$\tau_i = \bar{B}_i^{-1} (Y_i \tilde{\theta}_i - K_{D_i} s_i), \quad (4.19)$$

onde $Y_i \tilde{\theta}_i^* = -\bar{M}_i \dot{v}_{di} - \bar{C}_i v_{di}$ é a parametrização linear do sistema, e $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$ é o erro de estimação dos parâmetros.

A lei de adaptação adotada é a mesma da seção 3.4.1.

O diagrama de blocos da figura 4.4 ilustra a estratégia de controle em cascata

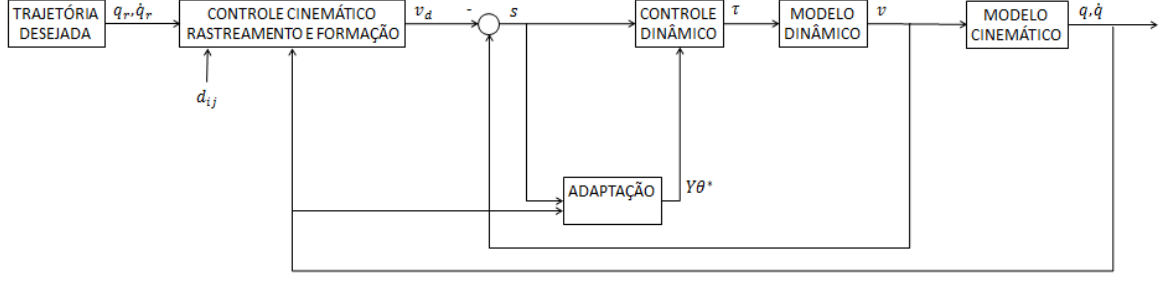


Figura 4.4: Diagrama de blocos da estratégia de controle

utilizada.

Teorema 4.1 *Considere um sistema formado por n robôs não holonômicos modelados por 4.1, com a lei de controle adaptativa binária 4.19. Supondo que B seja inversível, que o grafo de comunicação é sempre conectado e a função potencial escolhida atende aos requisitos descritos na seção 2.1.4 e escolhendo os ganhos K_{Di} , k_{fi} , k_{wi} e k_{ri} de ordem $O(\gamma_r l_r)$, sendo γ_r uma constante suficientemente alta e l_r um limite para as velocidades das trajetórias desejadas, temos que:*

1. $|q_i(t) - q_{ri}(t)| \rightarrow O(1/\gamma_r)$ a medida que $t \rightarrow \infty$
2. todos os sinais de malha fechada são uniformemente limitados e o sistema tende assintoticamente para alguma formação correspondente a $\nabla_z J = O(1/\gamma_r)$
3. Se o grafo de comunicação for conectado e a função potencial escolhida tender a infinito quando a distância interveicular entre dois robôs quaisquer tender a zero, não há colisões entre os robôs.

Prova: Escolhemos a seguinte função de Lyapunov:

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (s_i^T M_i s_i + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}) + \alpha J(\tilde{z}) + \alpha \sum_{i=1}^m (1 - \cos(\psi_{ri} - \psi_i) + \frac{k_{ri}}{2} e_{ri}^2) + \alpha \sum_{i=m+1}^n \frac{1}{2} e_{\psi fi}^2 \quad (4.20)$$

Pode se mostrar que:

$$\dot{V} \leq -s^T K_D s + \alpha [\nabla_z J]^T \dot{z} + \alpha e_{\psi r}^T w_r - \alpha e_{\psi r}^T \bar{w} + \alpha \bar{e}_r^T K_r \dot{\bar{e}}_r + \alpha e_{\psi f} \dot{\tilde{w}} - \alpha e_{\psi f} \dot{\psi}_f \quad (4.21)$$

onde $s = [s_1^T \cdots s_n^T]^T$, $K_D = \text{diag} K_{Di}$, $\nabla_z J = [\nabla_{z_1} J^T \cdots \nabla_{z_n} J^T]^T$, $z = [z_1^T \cdots z_n^T]^T$, $e_{\psi r} = [e_{\psi r1} \cdots e_{\psi rm}]^T$, $w_r = [w_{r1} \cdots w_{rm}]^T$, $\bar{w} = [w_1 \cdots w_m]^T$, $\bar{e}_r = [\bar{e}_{r1} \cdots \bar{e}_{rm}]^T$, $e_{\psi f} = [e_{\psi f m+1} \cdots e_{\psi f n}]^T$, $\tilde{w} = [w_{m+1} \cdots w_n]$ e $\psi_f = [\psi_{f m+1} \cdots \psi_{f n}]$. Combinando

4.21 com 4.17 e após algumas manipulações algébricas temos:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -s^T K_D s + \alpha e_f^T s_u - \alpha e_f^T K_f e_f + \alpha e_f^T \bar{u}_r - \alpha e_{\psi r} s_{wr} \\ & \alpha - e_{\psi r}^T K_{wr} e_{\psi r} + \alpha e_{\psi f} s_{wf} - \alpha e_{\psi f}^T K_{wf} e_{\psi f} - \alpha e_{\psi f} L_a s_{uf} \end{aligned} \quad (4.22)$$

onde $s_u = [u_1 - u_{d1} \cdots u_n - u_{dn}]^T$, $s_{wr} = [w_1 - w_{d1} \cdots w_m - w_{dm}]^T$, $s_{wf} = [w_{m+1} - w_{dm+1} \cdots w_n - w_{dn}]^T$, $s_{uf} = [u_{m+1} - u_{dm+1} \cdots u_n - u_{dn}]^T$ e L_a é definido como visto em [55].

$$\begin{aligned} \text{Definindo } e = [e_f^T \quad e_{\psi r}^T \quad e_{\psi f}^T]^T, \quad K = \begin{bmatrix} K_f & 0 & 0 \\ 0 & K_{wr} & 0 \\ 0 & 0 & K_{wf} \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \\ L_a & I \end{bmatrix}^T, \\ v = T^{-1}[u^T w^T]^T, \quad E = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ temos:} \\ \dot{V} \leq -[s^T e^T] \begin{bmatrix} K_D & -\alpha/2L^T \\ -\alpha/2L & \alpha K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ e \end{bmatrix} + [s^T e^T] \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha E \end{bmatrix} \dot{v}_r \end{aligned} \quad (4.23)$$

Aplicando o complemento de Schur na matriz simétrica

$$A = \begin{bmatrix} K_D & -\alpha/2L^T \\ -\alpha/2L & K \end{bmatrix},$$

temos que ela é positiva definida se

$$\alpha K - \frac{1}{4} \alpha^2 L^T K_D^{-1} L > 0, \quad (4.24)$$

que é verdadeiro se

$$\sigma_m(K) \sigma_m(K_D) > \frac{\alpha \sigma_M^2(L)}{4}, \quad (4.25)$$

para α suficientemente pequeno. Definindo $\bar{e} = [s^T e^T]^T$, pode-se mostrar que $\dot{V} \leq 0$ fora do domínio D_r dado por:

$$D_r = \{\bar{e} : |\bar{e}| \geq \frac{\alpha}{\sigma_m(A)} |v_r|\}. \quad (4.26)$$

Supondo $|v_r|$ limitado por uma constante l_r , podemos concluir que se K_D e K forem escolhidos grandes o bastante de modo que $\sigma_m(A)$ seja de ordem $O(\gamma_r l_r)$, segue que a norma do erro $|\bar{e}|$ será de ordem $O(1/\gamma_r)$ e portanto pode ser feito arbitrariamente pequeno. Então, para K_D e K suficientemente grandes, o conjunto D_r é invariante. O conjunto residual é dado por $V_c \leq c_r$, onde $c_r = \sup_{D_r} V_c$. A limitação uniforme dos sinais do sistema pode ser concluída pela invariância do domínio $V \leq c_r$ e a validade semiglobal dos resultados de convergência e estabilidade

decorre do fato de c_r ser arbitrário e de que sempre existirá K_D e K que satisfaça 4.25. Supondo que se pode aproximar a função J em torno de qualquer configuração de equilíbrio dada por $\nabla_z J = 0$, pode-se concluir que no conjunto residual a ordem de $|\bar{e}|$ é da mesma ordem que em D_r . ■

4.5 Resultados de Simulação

Nesta seção, são apresentados resultados obtidos através de simulação utilizados para validar os resultados teóricos apresentados. Considera-se um sistema multiagente formado por 3 robôs não holonômicos

Nas simulações a seguir foram utilizados robôs iguais com parâmetros

$$M_i = \begin{bmatrix} 22.02 & 0.86 \\ 0.86 & 22.02 \end{bmatrix}$$

e

$$C_i = \begin{bmatrix} 0 & 7.94\dot{\psi}_i \\ -7.94\dot{\psi}_i & 0 \end{bmatrix}.$$

A função potencial utilizada para definir a distância entre os robôs foi a mesma da seção 3.5:

$$J_{ij}(z_{ij}) = \frac{a_{ij}}{2}|z_{ij}|^2 + \frac{b_{ij}c_{ij}}{2}e^{-|z_{ij}|^2/c_{ij}}, \quad (4.27)$$

onde a constante de atração $a_{ij} = 0,01$, a constante de repulsão $b_{ij} = 10$ e o parâmetro $c_{ij} = d_{ij}^2/\log(b_{ij}/a_{ij})$ onde d_{ij} é a distância desejada entre os robôs i e j .

Nos dois casos a trajetória desejada para o robô 1, líder da formação, foi um círculo de raio 1 centrado no ponto $\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ e a formação desejada foi um triângulo equilátero de lado 0,3.

Os ganhos utilizados foram $K_{Di} = 100$, $k_{fi} = 1$, $k_{wi} = 0,1$, $k_{ri} = 100$.

4.5.1 1 líder

Inicialmente simulamos o caso em que só há um líder virtual.

A figura 4.5 mostra a trajetória dos robôs no plano. Observe que os robôs começam em uma formação ligeiramente diferente da desejada e após um breve transitório a formação desejada é atingida com um pequeno erro residual devido às contínuas mudanças na direção da velocidade desejada para o rastreamento da trajetória como se pode ver no gráfico da figura 4.6. Foi observado através de simulações que este erro pode ser diminuído aumentando-se os ganhos K_{Di} e k_{fi} . Também ocorre um erro residual de rastreamento como se pode ver na figura 4.7.

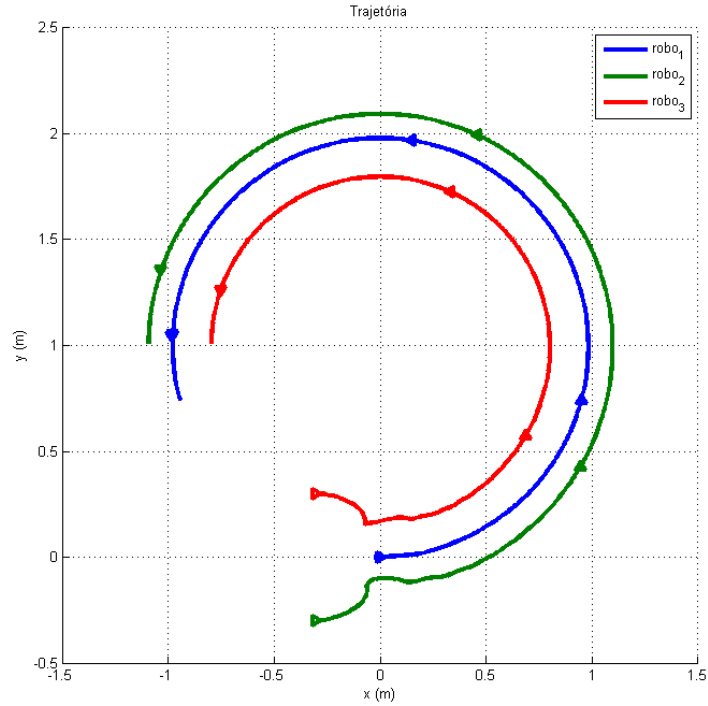


Figura 4.5: 1 Líder - Trajetória

Como só há um líder virtual, não podemos controlar a orientação da formação. Assim a orientação da formação segue sempre tangente à trajetória rastreada pelo robô 1.

4.5.2 2 líderes - controle de orientação da formação

Neste experimento simulamos o caso em que dois dos três robôs seguem líderes virtuais. Nesse caso, foi definida uma orientação desejada constante igual a 0 para a formação como mostrado na figura 4.8.

A figura 4.5 mostra a trajetória dos robôs no plano nesta nova simulação. Também nesse caso os robôs começam em uma formação diferente da desejada e após um transitório a formação desejada é atingida com um pequeno erro residual devido as contínuas mudanças na direção da velocidade desejada para o rastreamento da trajetória como podemos observar na figura 4.6. A figura 4.11 mostra que o erro de rastreamento não é zerado, mas fica limitado a valores residuais. Os resultados de simulação mostram que com dois líderes virtuais conseguiu-se manter a orientação da formação no valor desejado.

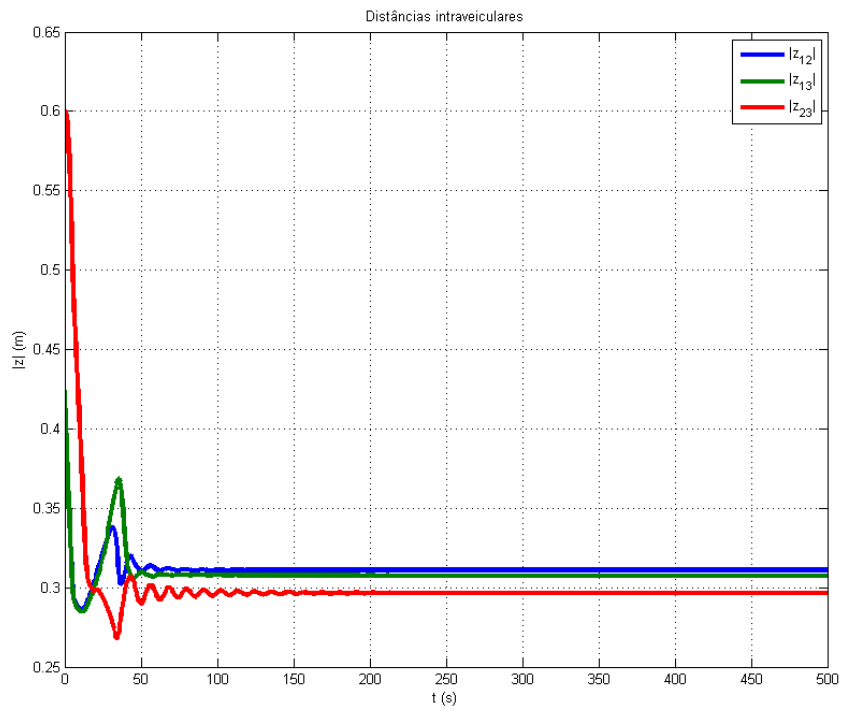


Figura 4.6: 1 Líder - Distâncias Interveiculares

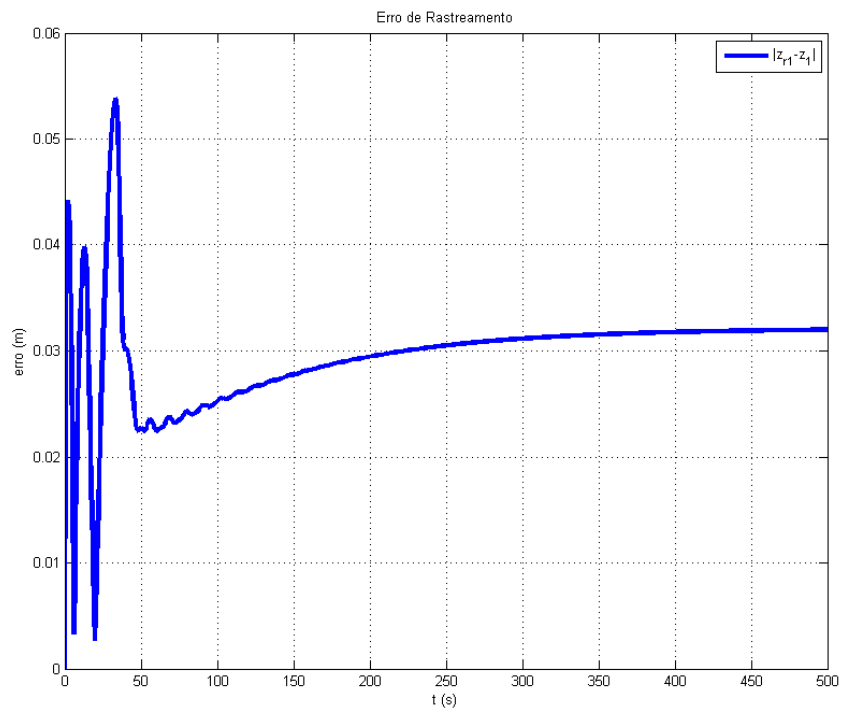


Figura 4.7: 1 Líder - Erro de Rastreamento

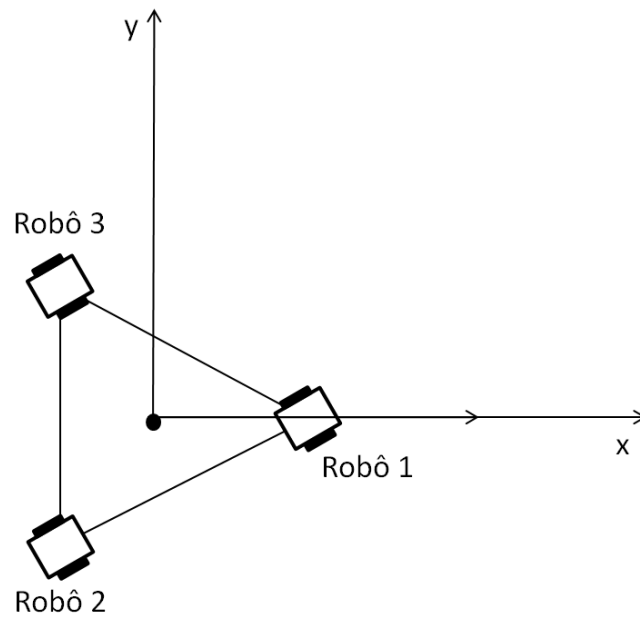


Figura 4.8: Orientação Desejada da Formação

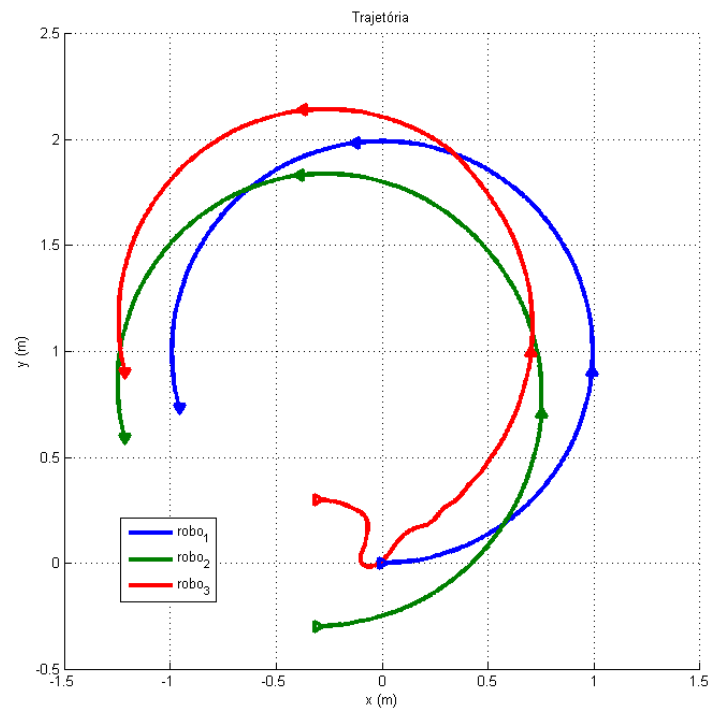


Figura 4.9: 2 Líderes - Trajetória

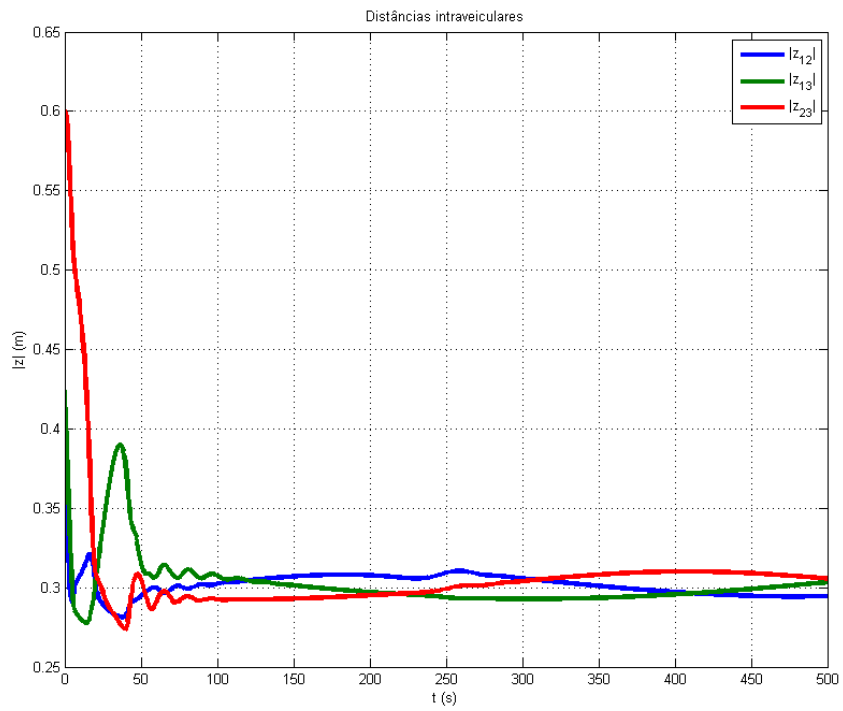


Figura 4.10: 2 Líderes - Distâncias Interveiculares

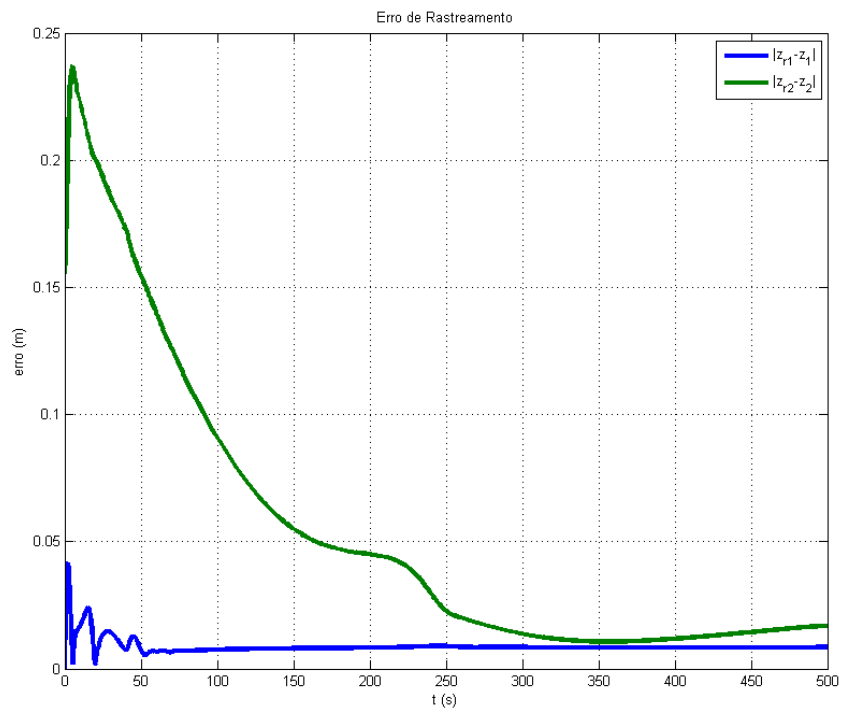


Figura 4.11: 2 Líderes - Erro de Rastreamento

4.6 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentado o problema de controle de formação e rastreamento de trajetória de robôs móveis não holonômicos dinâmicos e foi proposta uma lei de controle utilizando função potencial para atingir os objetivos de controle definidos. Mostrou-se que o problema pode ser resolvido com a necessidade dos robôs conhecerem as velocidades dos seus vizinhos. Foi realizada uma análise de estabilidade utilizando funções de Lyapunov e para validar esta análise foram apresentados resultados de simulação.

Capítulo 5

Conclusões

Nesta dissertação, foram apresentados os problemas de controle de formação e de rastreamento de trajetória para sistemas multiagentes com parâmetros incertos. Estratégias de controle baseadas em funções potenciais, líderes virtuais e controle adaptativo foram propostas e, utilizando uma análise de estabilidade de Lyapunov, mostrou-se que as estratégias propostas garantem a convergência da formação permanecendo um erro residual que pode ser diminuído ao se aumentar os ganhos das estratégias de controle. Foram mostrados resultados de simulação que validaram as estratégias de controle propostas.

Neste trabalho, consideraram-se robôs holonômicos e não holonômicos, com dinâmica incerta, que foram representados por sistemas de equações diferenciais de segunda ordem (sistemas de Euler-Lagrange). Utilizando funções auxiliares de erro foi possível tratar o problema por equações diferenciais de primeira ordem.

O padrão geométrico desejado para a formação foi definido através do grafo de comunicação entre os vários robôs que compõem o sistema e das funções potenciais que definem a distância desejada entre os agentes e impedem a colisão entre eles.

Para rastrear a trajetória definida previamente, foi utilizado o conceito de líderes virtuais. Foram estudados os casos em que nem todos os agentes seguem líderes virtuais e a consequência dessa restrição para o desempenho do controle de formação.

A incerteza nos parâmetros dos agentes foi compensada utilizando controle adaptativo binário que, por ser um sinal contínuo por partes, evita o *chattering*, que é comum em estratégias que utilizam modo deslizante, e garante robustez ao sistema.

No caso de robôs holonômicos o estudo também foi realizado para a situação em que a informação da velocidade não está disponível para a estratégia de controle e o desempenho nesse caso foi comparado com o caso em que a velocidade dos agentes vizinhos está disponível.

5.1 Trabalhos Futuros

5.1.1 Análise da estratégia sem a necessidade da informação da velocidade dos vizinhos para o caso não-holonômico

Neste trabalho, foi apresentada uma estratégia de controle de formação e rastreamento de trajetória para sistemas multiagentes formados por veículos não holonômicos utilizando as informações de posição e velocidade dos agentes vizinhos. Uma proposta de trabalho futuro seria estender a análise para resolver o problema sem a necessidade de conhecer a velocidade dos vizinhos.

5.1.2 Análise da robustez da estratégia a falhas de comunicação

Em [53] são analisados os efeitos de atraso e falhas na comunicação e perturbações externas em uma estratégia de controle de formação baseada em consenso. Neste trabalho concluiu-se que há um compromisso entre a robustez do sistema e seu desempenho. Um trabalho futuro seria a adoção de um procedimento similar para analisar sistemas com leis de controle baseadas em funções potenciais, que são em sua maioria não lineares.

5.1.3 Implementação da estratégia de controle proposta

Nesta dissertação não foram realizados experimentos práticos para a medição do desempenho da lei de controle em um sistema prático. Uma continuação deste trabalho, seria a aplicação das estratégias de controle propostas a um sistema real para a comparação de dados experimentais com os dados obtidos através de simulação.

5.1.4 Controle de formação e rastreamento de trajetória de robôs não-holonômicos com restrição de curvatura e dinâmica incerta

Existem robôs que apresentam restrição de curvatura de trajetória. Em [35] é estudado o controle de formação para veículos tipo-carro (*car – like*) que são o exemplo mais comum de sistemas com este tipo de restrição. Uma proposta de trabalho futuro é estender o estudo de rastreamento de trajetória para sistemas multi agentes formados por veículos tipo-carro de dinâmica incerta utilizando somente a informação de posição dos agentes vizinhos.

Referências Bibliográficas

- [1] Abdessameud, A. e Tayebi, A. [2011]. Formation control of vtol unmanned aerial vehicles with communication delays, *Automatica* **47**(11): 2383–2394.
- [2] Ahn, H.-S., Moore, K. L. e Chen, Y. [2010]. Trajectory-keeping in satellite formation flying via robust periodic learning control, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **20**(14): 1655–1666.
- [3] Antonelli, G., Arrichiello, F. e Chiaverini, S. [2009]. Experiments of formation control with multirobot systems using the null-space-based behavioral control, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **17**(5): 1173–1182.
- [4] Antonelli, G., Arrichiello, F. e Chiaverini, S. [2010]. Flocking for multi-robot systems via the null-space-based behavioral control, *Swarm Intelligence* **4**(1): 37–56.
- [5] Arai, T., Ogata, H. e Suzuki, T. [1989]. Collision avoidance among multiple robots using virtual impedance, *Intelligent Robots and Systems' 89. The Autonomous Mobile Robots and Its Applications. IROS'89. Proceedings., IEEE/RSJ International Workshop on*, IEEE, pp. 479–485.
- [6] Bakker, P. e Kuniyoshi, Y. [1996]. Robot see, robot do: An overview of robot imitation, *AISB96 Workshop on Learning in Robots and Animals*, pp. 3–11.
- [7] Balch, T. e Arkin, R. C. [1998]. Behavior-based formation control for multirobot teams, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* **14**(6): 926–939.
- [8] Beard, R. W., Lawton, J. e Hadaegh, F. Y. [2001]. A coordination architecture for spacecraft formation control, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **9**(6): 777–790.
- [9] Benda, M. [1985]. On optimal cooperation of knowledge sources, *Technical Report, BCS-G2010-28*.

- [10] Bennet, D. J. e McInnes, C. R. [2010]. Distributed control of multi-robot systems using bifurcating potential fields, *Robotics and Autonomous Systems* **58**(3): 256–264.
- [11] Biggs, N. [1994]. *Algebraic Graph Theory*, Cambridge University Press.
- [12] Brooks, R. [1986]. A robust layered control system for a mobile robot, *Robotics and Automation, IEEE Journal of* **2**(1): 14–23.
- [13] Cao, M., Yu, C. e Anderson, B. [2011]. Formation control using range-only measurements, *Automatica* **47**(4): 776–781.
- [14] Chandler, P. R., Pachter, M. e Rasmussen, S. [2001]. Uav cooperative control, *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001*, Vol. 1, IEEE, pp. 50–55.
- [15] Chetty, R. K., Singaperumal, M. e Nagarajan, T. [2011]. Distributed formation planning and navigation framework for wheeled mobile robots, *Applied Sci* **11**: 1501–1509.
- [16] Consolini, L., Morbidi, F., Prattichizzo, D. e Tosques, M. [2010]. Non-rigid formations of nonholonomic robots, *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, IEEE, pp. 4976–4981.
- [17] Cui, R., Sam Ge, S., Voon Ee How, B. e Sang Choo, Y. [2010]. Leader-follower formation control of underactuated autonomous underwater vehicles, *Ocean Engineering* **37**(17): 1491–1502.
- [18] Das, A. K., Fierro, R., Kumar, V., Ostrowski, J. P., Spletzer, J. e Taylor, C. J. [2002]. A vision-based formation control framework, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* **18**(5): 813–825.
- [19] Defoort, M., Floquet, T., Kokosy, A. e Perruquetti, W. [2008]. Sliding-mode formation control for cooperative autonomous mobile robots, *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **55**(11): 3944–3953.
- [20] Desai, J. P., Ostrowski, J. e Kumar, V. [1998]. Controlling formations of multiple mobile robots, *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*, Vol. 4, IEEE, pp. 2864–2869.
- [21] Desai, J. P., Ostrowski, J. P. e Kumar, V. [2001]. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* **17**(6): 905–908.

- [22] Do, K. [2011]. Practical formation control of multiple underactuated ships with limited sensing ranges, *Robotics and Autonomous Systems* **59**(6): 457–471.
- [23] Dong, W. e Farrell, J. A. [2009]. Decentralized cooperative control of multiple nonholonomic dynamic systems with uncertainty, *Automatica* **45**(3): 706–710.
- [24] Drogoul, A. e Ferber, J. [1993]. From tom thumb to the dockers: Some experiments with foraging robots, *From Animals to Animats II* pp. 451–459.
- [25] Dunbar, W. B. e Murray, R. M. [2006]. Distributed receding horizon control for multi-vehicle formation stabilization, *Automatica* **42**(4): 549–558.
- [26] Falconi, R., Sabattini, L., Secchi, C., Fantuzzi, C. e Melchiorri, C. [2011]. A graph-based collision-free distributed formation control strategy, *the 18th IFAC World Congress*, pp. 6011–6016.
- [27] Fax, J. A. e Murray, R. M. [2004]. Information flow and cooperative control of vehicle formations, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **49**(9): 1465–1476.
- [28] Fukao, T., Nakagawa, H. e Adachi, N. [2000]. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* **16**(5): 609–615.
- [29] Gazi, V. [2005]. Swarm aggregations using artificial potentials and sliding-mode control, *Robotics, IEEE Transactions on* **21**(6): 1208–1214.
- [30] Gazi, V., Fidan, B., Hanay, Y. S. e Köksal, M. I. [2007]. Aggregation, foraging, and formation control of swarms with non-holonomic agents using potential functions and sliding mode techniques, *Turk J Elec Engin* **15**(2): 149–168.
- [31] Ghommam, J., Mehrjerdi, H., Saad, M. e Mnif, F. [2010]. Formation path following control of unicycle-type mobile robots, *Robotics and Autonomous Systems* **58**(5): 727–736.
- [32] Gouvêa, J. A. [2011]. *CONTROLE DE FORMAÇÃO DE ROBÔS NÃO-HOLONÔMICOS COM RESTRIÇÃO DE CURVATURA UTILIZANDO FUNÇÃO POTENCIAL*, PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [33] Gouvea, J. A., Pereira, A. R., Hsu, L. e Lizarralde, F. [2010]. Adaptive formation control of dynamic nonholonomic systems using potential functions, *American Control Conference (ACC), 2010, IEEE*, pp. 230–235.

- [34] Gouvea, J. A., Pereira, A. R., Hsu, L., Lizarralde, F., de Educaçao Tecnol3gica, C. F., de Misseis, G. e do Ex3rcito, F. C. T. [n.d.]. Controle adaptativo de formacao de sistemas din4micos nao-holon4micos usando funcoes potenciais.
- [35] Gouvea, J., Lizarralde, F. e Hsu, L. [2011]. Potential function formation control of nonholonomic mobile robots with curvature constraint, *World Congress*, Vol. 18, pp. 11931–11936.
- [36] Haynes, T. e Sen, S. [1996]. Evolving behavioral strategies in predators and prey, *Adaption and learning in multi-agent systems*, Springer, pp. 113–126.
- [37] HSU, L. e COSTA, R. R. [1987]. Adaptive control with discontinuous σ -factor and saturation for improved robustness, *International Journal of Control* **45**(3): 843–859.
- [38] Hsu, L. e Costa, R. R. [1990]. A binary control approach to design globally exponentially stable systems, *Proceedings of the 7th International Conference on Systems Engineering, Las Vegas, July*.[\[Links\]](#).
- [39] Jadbabaie, A., Lin, J. e Morse, A. S. [2003]. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **48**(6): 988–1001.
- [40] Jin, Z. [2007]. *Coordinated control for networked multi-agent systems*, PhD thesis, California Institute of Technology.
- [41] Jin, Z. e Murray, R. M. [2003]. Stability and performance analysis with double-graph model of vehicle formations, *American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, Vol. 3, IEEE, pp. 2223–2228.
- [42] Lavretsky, E. [2002]. F/a-18 autonomous formation flight control system design, *AIAA paper* **4757**.
- [43] Leonard, N. E. e Fiorelli, E. [2001]. Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups, *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, Vol. 3, IEEE, pp. 2968–2973.
- [44] Marsella, S., Adibi, J., Al-Onaizan, Y., Kaminka, G. A., Muslea, I. e Tambe, M. [1999]. On being a teammate: Experiences acquired in the design of robocup teams, *Proceedings of the third annual conference on Autonomous Agents*, ACM, pp. 221–227.

- [45] Mataric, M. J. [1993]. Designing emergent behaviors: From local interactions to collective intelligence, *Proceedings of the Second International Conference on Simulation of Adaptive Behavior*, pp. 432–441.
- [46] McFarland, D. [1994]. Towards robot cooperation, *From animals to animats* **3**: 440–444.
- [47] Mondada, F., Guignard, A., Bonani, M., Bar, D., Lauria, M. e Floreano, D. [2003]. Swarm-bot: From concept to implementation, *Intelligent Robots and Systems, 2003.(IROS 2003). Proceedings. 2003 IEEE/RSJ International Conference on*, Vol. 2, IEEE, pp. 1626–1631.
- [48] Mondada, F., Pettinaro, G. C., Kwee, I., Guignard, A., Gambardella, L. M., Floreano, D., Nolfi, S., Deneubourg, J.-L. e Dorigo, M. [2002]. Swarm-bot: A swarm of autonomous mobile robots with self-assembling capabilities, *Proceedings of the International Workshop on Self-organisation and Evolution of Social Behaviour*, pp. 307–312.
- [49] Monteiro, S. e Bicho, E. [2002]. A dynamical systems approach to behavior-based formation control, *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA'02. IEEE International Conference on*, Vol. 3, IEEE, pp. 2606–2611.
- [50] Ogren, P., Fiorelli, E. e Leonard, N. E. [2004]. Cooperative control of mobile sensor networks: Adaptive gradient climbing in a distributed environment, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **49**(8): 1292–1302.
- [51] Olfati-Saber, R. [2006]. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **51**(3): 401–420.
- [52] Olfati-Saber, R. e Murray, R. M. [2002]. Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions, *IFAC World Congress*, pp. 346–352.
- [53] Olfati-Saber, R. e Murray, R. M. [2004]. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **49**(9): 1520–1533.
- [54] Parker, L. E. [1993]. Designing control laws for cooperative agent teams, *Robotics and Automation, 1993. Proceedings., 1993 IEEE International Conference on*, IEEE, pp. 582–587.

- [55] Pereira, A. R. [2011]. *CONTROLE ADAPTATIVO DE FORMAÇÃO PARA AGENTES AUTÔNOMOS MÓVEIS USANDO POTENCIAIS ARTIFICIAIS*, PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [56] Pereira, A. R., Gouvea, J. A., Lizarralde, F. e Hsu, L. [2011]. Formation adaptive control for nonholonomic dynamic agents: regulation and tracking, *18th IFAC World Congress*.
- [57] Pereira, A. R. e Hsu, L. [2008a]. Adaptive formation control using artificial potentials for euler-lagrange agents, *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, pp. 10788–10793.
- [58] Pereira, A. R. e Hsu, L. [2008b]. Controle adaptativo de formação de agentes autônomos usando funções potenciais artificiais quadráticas, *Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática*.
- [59] Pereira, A. R., Hsu, L. e Ortega, R. [2009]. Globally stable adaptive formation control of euler-lagrange agents via potential functions, *American Control Conference, 2009. ACC'09.*, IEEE, pp. 2606–2611.
- [60] Poonawala, H. A., Satici, A. C. e Spong, M. W. [2013]. Leader-follower formation control of nonholonomic wheeled mobile robots using only position measurements, *Control Conference (ASCC), 2013 9th Asian*, IEEE, pp. 1–6.
- [61] Ramp, S. R., Davis, R. E., Leonard, N. E., Shulman, I., Chao, Y., Robinson, A., Marsden, J., Lermusiaux, P., Fratantoni, D., Paduan, J. D. et al. [2009]. Preparing to predict: the second autonomous ocean sampling network (aosn-ii) experiment in the monterey bay, *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography* **56**(3): 68–86.
- [62] Ren, W. e Beard, R. W. [2004]. Formation feedback control for multiple spacecraft via virtual structures, *Control Theory and Applications, IEE Proceedings-*, Vol. 151, IET, pp. 357–368.
- [63] Ren, W. e Sorensen, N. [2008]. Distributed coordination architecture for multi-robot formation control, *Robotics and Autonomous Systems* **56**(4): 324–333.
- [64] Reynolds, C. W. [1987]. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model, *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Vol. 21, ACM, pp. 25–34.
- [65] Sabattini, L., Secchi, C. e Fantuzzi, C. [2009]. Potential based control strategy for arbitrary shape formations of mobile robots, *Intelligent Robots*

and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on, IEEE, pp. 3762–3767.

- [66] Stone, P. e Veloso, M. [1998]. Layered approach to learning client behaviors in the robocup soccer server, *Applied Artificial Intelligence* **12**(2-3): 165–188.
- [67] Swaroop, D. e Hedrick, J. [1996]. String stability of interconnected systems, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **41**(3): 349–357.
- [68] Tan, K.-H. e Lewis, M. A. [1996]. Virtual structures for high-precision cooperative mobile robotic control, *Intelligent Robots and Systems' 96, IROS 96, Proceedings of the 1996 IEEE/RSJ International Conference on, Vol. 1, IEEE, pp. 132–139.*
- [69] Tanner, H. G., Jadbabaie, A. e Pappas, G. J. [2003]. Stable flocking of mobile agents, part i: Fixed topology, *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on, Vol. 2, IEEE, pp. 2010–2015.*
- [70] Tomizuka, M. e Hedrick, J. K. [1994]. Automated vehicle control for ivhs systems, *Automatic control: proceedings of the 12th triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control. Vol. 3.*
- [71] Tomlin, C., Pappas, G. J. e Sastry, S. [1998]. Conflict resolution for air traffic management: A study in multiagent hybrid systems, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **43**(4): 509–521.
- [72] Tse, D. e Viswanath, P. [2005]. *Fundamentals of wireless communication*, Cambridge university press.
- [73] Vela, P., Betser, A., Malcolm, J. e Tannenbaum, A. [2009]. Vision-based range regulation of a leader-follower formation, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **17**(2): 442–448.